

Математико-статистические миры В.В. Налимова

(в книге: В.В. Налимов. Разбрасываю мысли.

М. – СПб.: Центр гуманитарных инициат. 2013, Приложение III – с. 419–446)*

Введение

Эта работа посвящается светлой памяти Василия Васильевича Налимова, ушедшего от нас 16 лет назад 19 января 1997 года.

Творческое наследие В.В. Налимова столь многообразно, что любая попытка рассказать о нем ограничивается выбором какого-то одного аспекта его обширной деятельности.

Образно говоря, его мысль напоминает космическую спираль, которая, расширяясь, вовлекает все новые объекты в траекторию своего движения. Это – непрерывно развивающийся процесс, в основе которого лежит вероятностное мышление. В предисловии к своей книге *Спонтанность сознания* Василий Васильевич отметил, что для него одним из самых важных суждений А.Н. Колмогорова, с которым Налимов проработал 10 лет, было часто повторяемое высказывание [1989]:

Мы имеем, по крайней мере, одно весьма серьезное преимущество – владеем вероятностным мышлением (с. 9).

К написанию этой статьи нас подтолкнули впечатления от сборника Василий Васильевич Налимов – математик и философ (к 100-летию со дня рождения) [2011]¹. Содержание сборника достаточно полно знакомило с Налимовым-философом, но не вполне отражало Налимова-математика. И понятно, почему так случилось.

Василий Васильевич был не просто математик, но, прежде всего, *мыслитель*. В отличие от традиционных математиков он не доказывал теорем – он разрабатывал *концепции*. Зная европейские языки, он следил за мировой научной литературой, легко усваивал новые идеи и методы в зарубежных публикациях и не только переводил их, но творчески переосмысливал и строил методологические подходы, обозревая материал как бы с метауровня.

Он был математиком-просветителем и неустанно пытался научить экспериментаторов думать, оценивая целесообразность применения каждого метода с учетом специфики объекта исследования и построения модели.

Он учил мыслить *концепциями*, а не разрозненными методами.

В 60-е годы XX века новаторская деятельность В.В. Налимова – научная, методологическая, преподавательская, организационная – разворачивалась в русле *кибернетики*, получившей признание в нашей стране после десятилетнего гонения. Благодаря

* Здесь указываются страницы в книге; в приводимом тексте нумерация страниц несколько смещается ввиду изменения параметров страницы, но начинается она с. 421, как в книге.

¹ В списке литературы эта ссылка дана на составителей сборника – Ж.А. Дрогалину, Л.А. Панченко.

своему опыту², он естественным образом смог принять кибернетический подход [Налимов, 2010]:

Я привык принимать решения в условиях большой неопределенности, и меня неизменно привлекал язык вероятностных представлений. Позднее построение вероятностных моделей и математические методы планирования эксперимента стали моей основной специальностью. Круг интересов расширился, и меня все больше и больше стал интересовать вопрос о самой природе науки, о переплетении ее судеб с судьбами нашей жизни (с. 13).

Идеи и методы кибернетики начали проникать в разные области знания. В 1959 г. при Президиуме АН СССР был создан Научный совет по комплексной проблеме «Кибернетика», который возглавил академик А.И. Берг.

В те годы кибернетика представляла собой большой разветвленный комплекс теоретических и прикладных направлений, координируемых берговским Советом. Берг выдвинул такой девиз: «Нужно видеть взаимосвязи и уметь взаимодействовать». Для академика Берга кибернетика была не только наукой об управлении. Он рассматривал ее гораздо шире – как определенный подход к познанию мира, стиль научного мышления, путь к новому единению наук. Берг считал, что кибернетика призвана связать науки между собой, внедрить одну в другую, переплести их, столкнуть с нерешенными проблемами. С процессом кибернетизации наук он связывал возможность проникновения математики и вычислительной техники во все области знаний. Он видел перспективу всеохватывающего методологического *синтеза*, способного изменить научное видение объектов исследований – «преобразить лик науки». В этом отношении берговская кибернетика опережала *синергетическое* видение мира, которое сформировалось к концу XX века.

А.И. Берг призывал все секции Совета (их было 16) к активному сотрудничеству: ознакомлению с задачами и методами секций, обмену идеями и решениями. Однако новые научные направления рождались с трудом. Ученые не умели, а часто и не хотели, взаимодействовать друг с другом³.

В.В. Налимов к таким ученым не относился. Он активно включился в процесс создания Совета и в 1961 г. возглавил одну из его секций – «Химическую кибернетику».

I. Химическая кибернетика – путь к взаимодействию наук

Для В.В. Налимова начался новый важный этап жизни: во главе возникшего научного направления ему предстояло осуществить *математизацию* и *кибернетизацию* химии и смежных наук. Что такое химическая кибернетика, тогда еще никто не знал. Эту новую науку нужно было создавать!

После ожесточенных споров в химическую кибернетику вошли несколько новых научных направлений⁴ [Налимов, 1962], [Налимов, Маркова, 1967; 1970; 1972]. Кратко охарактеризуем их.

1. Построение информационно-логических систем для накопления, хранения и переработки химической информации.

² Напомним, что В.В. Налимов долгое время был узником ГУЛАГа и много трудился не только на лесоповале и добыче золота, но и в научных лабораториях на металлургических предприятиях и в геолого-разведочных партиях Колымы и Казахстана [Налимов, 1994].

³ Маркова Е.В. 2007. Кибернетический период творчества академика А.И. Берга. В кн.: Аксель Иванович Берг. М.: Наука, с. 75–132.

⁴ При описании этих направлений сохраняется терминология 1960–1970-х гг.

Первостепенной задачей химической кибернетики считалось создание информационной службы в химии. Налимов придерживался мнения, что важную роль здесь нужно отвести *математико-статистическим* методам, которые позволяют стандартным способом свертывать информацию и представлять результаты химических исследований в виде, приспособленном к машинным методам ее хранения, поиска и обработки. Например, при нормальном распределении случайной величины достаточно хранить в памяти ЭВМ два параметра – среднее арифметическое и дисперсию. Такой стандартный и компактный способ представления химической информации не только удобен для ее хранения, передачи и дальнейшей обработки, но также позволяет рассматривать отдельные исследования как часть одного общего эксперимента, а сам процесс свертки информации – как часть процесса познания природы.

Создание информационно-логических систем требовало разработки новых формальных языков для символической машинной записи химических фактов. Начали зарождаться *химическая семиотика* и *химическая семантика*. Первая из них (наука о химических знаках) необходима для кодовой записи в памяти ЭВМ химических фактов, характеризующих строение, физико-химические свойства и реакционную способность химических соединений и систем соединений. Сюда относятся химические формулы, диаграммы состояний, спектрограммы и т. д. Химическая семантика раскрывает смысловую суть закодированных химических фактов. Она помогает интерпретировать формальную систему, формулировать поисковые запросы и пр. Задачи химической семиотики и семантики решались с помощью математической логики и мета теории химии [Влэдуц, Налимов, Стяжкин, 1959].

2. Оптимизация измерительных химических процедур (метрологические аспекты химической кибернетики).

Основная цель химической кибернетики состояла в управлении химическими и химико-технологическими процессами. Но прежде чем управлять, необходимо было решить измерительные задачи. Так с самого начала в центр внимания были поставлены аспекты химической кибернетики. (Не случайно докторская диссертация В.В. Налимова носила именно такое название – *Метрологические аспекты химической кибернетики* [1963 б].)

Здесь можно выделить две научные проблемы:

разработку критериев полноты информации и методов определения количества независимых параметров, совокупность которых (с учетом точности их измерения) определяет ход исследуемого процесса;

разработку методов рационального выбора непосредственно измеряемых параметров процесса (или вычисляемых функций от них), наиболее полно характеризующих исследуемые превращения с учетом метрологических характеристик определения состава вещества и скоростей реакции (как в равновесных и стационарных состояниях систем, так и в релаксирующих системах).

Под влиянием Налимова в нашей стране стали широко использоваться математико-статистические методы в измерительных задачах и *впервые* начали применяться методы планирования эксперимента для определения количества независимых факторов, совокупность которых определяет ход химического или химико-технологического процесса (о методах планирования эксперимента речь пойдет ниже).

Так в рамках химической кибернетики возникла новая научная дисциплина, которая в настоящее время чаще всего носит название *метрологии аналитических измерений* (иногда употребляют термин *химическая метрология*) [Налимов, 1960 а], [Налимов, 1963 б], [Налимов, Бурмистров, Недлер, 1964].

Это направление в 1960-е годы идейно возглавлялось самим В.В. Налимовым. В основу были положены его идеи и методы, представленные в книге [Налимов, 1960 а] и в докторской диссертации. Тогда важно было привлечь известных химиков-аналитиков к разработке этого нового направления. В какой-то мере здесь удалось достичь успехов: например, член-

корреспондент АН СССР И.П. Алимарин (будущий академик) возглавил комиссию «Общая теория анализа вещества». Так постепенно создавалось взаимопонимание между кибернетиками и химиками. Но путь этот не был легким.

3. Планирование химического эксперимента.

Химия, прежде всего, – экспериментальная наука. Химик экспериментирует всегда и везде. Создавая химическую кибернетику, нужно было особое внимание уделить эксперименту. Традиционно эксперимент проводился согласно правилу: «изменяй только один фактор, все прочие держи постоянными». Новое кибернетическое мировоззрение и язык вероятностных представлений должны были изменить и оптимизировать весь процесс экспериментального поиска. Если раньше математико-статистические методы применялись только на стадии обработки экспериментальных данных, то теперь математика стала использоваться на самом первом этапе – при *планировании (проектировании) эксперимента*.

Под планированием эксперимента понимается процедура выбора числа опытов и условий их проведения, которые необходимы для решения поставленной задачи с требуемой точностью. Объект экспериментирования рассматривается как целостная сложная система. Все выбранные факторы изменяются одновременно по специальным правилам, а результаты эксперимента представляются в виде многофакторной математической модели, учитывающей не только эффекты факторов, но и их взаимодействие. План эксперимента должен обладать хорошими статистическими свойствами, которые определяются критериями оптимальности [Налимов, 1963 а], [Налимов, Чернова, 1965].

Опираясь на такой подход, экспериментатор начал думать по-другому, что привело к возникновению нового мировоззрения с новым понятийным аппаратом.

4. Оптимальное управление процессами химической технологии, оптимальное проектирование новых процессов и их типизация.

При решении проблем управления вплотную столкнулись два разных мировоззрения – кибернетическое (принцип *черного* ящика), с широким использованием языка вероятностных представлений, и детерминистическое (принцип *белого* ящика) [Маркова, 2005, гл. 6, с. 145–146]⁵.

Кибернетики провозглашали: абстрагируясь от сложной и плохо изученной сущности химико-технологических процессов, будем строить математическую модель на основе наблюдений за входными и выходными переменными системы, рассматривая ее как *черный* ящик.

Химики-детерминисты не хотели «абстрагироваться от сущности». Они стремились ее изучать и строить модель на основе уравнений химической кинетики, гидродинамики, массо- и теплообмена и т. д. Они считали, что лишь эти закономерности выражают особенности химической формы движения материи. Химия, как давно сложившаяся область науки, выработала свой язык, свою методологию, свой математический аппарат. Химики привыкли к языку дифференциальных уравнений, им был чужд вероятностный язык. Они считали, что вероятностное мировоззрение отвлекает от существа физико-химических процессов. А применение математико-статистических методов только свидетельствует о «мере нашего незнания» химических процессов.

С течением времени в секции химической кибернетики был выработан комбинированный подход к описанию химических и химико-технологических процессов,

⁵ Обращаем внимание на оформление ссылок, относящихся к первому тому двухтомника, подготовленного тремя авторами: Ю.В. Грановский, Ж.А. Дрогалина, Е.В. Маркова. 2005. Я друг свобод ... В.В. Налимов: Вехи творчества. М.: Водолей Publishers, 374 с. В предисловии к изданию обозначен автор каждой главы. Поэтому в ссылке мы указываем только его фамилию.

который позволял сочетать методы планирования эксперимента, основанные на моделях типа «вход–выход» (использующих язык вероятностных представлений), с моделями детерминистского типа. И в этом – одна из главных заслуг отечественной школы в области химической кибернетики [Налимов, 1961, 1962], [Nalimov, 1969].

В рамках данной статьи мы остановимся только на тех направлениях химической кибернетики, в которых Василий Васильевич особенно ярко проявился как новатор, внедряющий математико-статистические методы в предметные области.

II. Доступность сложного – статистические воззрения В.В. Налимова в аналитической химии

В 1960 г. вышла в свет книга В.В. Налимова Применение математической статистики при анализе вещества [1960 а]. Она была адресована химикам-экспериментаторам, которым предлагалось использовать в своих исследованиях широкий спектр математико-статистических методов. Появление такой книги было неожиданным и, казалось бы, преждевременным. Дело в том, что в эти годы химики были еще далеки от понимания таких методов, поскольку они не включались в вузовские программы. Не было опыта их применения и, что самое главное, – не было понимания того, что они могут дать химику-исследователю. Но на деле все получилось иначе. Книга оказалась востребованной и до нашего времени не потеряла своей актуальности – по свидетельству многих химиков, она остается для них «настольным» руководством. В августе 1997 г. в Москве проходил Международный конгресс по аналитической химии. Во время работы круглого стола, посвященного теоретическим и практическим вопросам единства и точности определения химического состава вещества и материалов, член-корреспондент Российской Академии наук Ю.А. Карпов напомнил участникам конгресса, что книга В.В. Налимова Применение математической статистики при анализе вещества остается «настольной книгой для химиков-аналитиков и ей нет равных по глубине проникновения статистических методов в задачи анализа состава вещества». В тот день монографии В.В. Налимова вновь была дана высокая оценка, а ведь этот труд был впервые опубликован более четырех десятилетий назад [Маркова, 2005, гл. 5, с. 123].

Книга включена в список изданий, определяемых как «классики цитирования» по данным американского Института научной информации (более 1000 ссылок до 1990 г.) [Грановский, 2010, с. 258]. Чем же объясняется столь неожиданный успех?

В.В. Налимов сумел незнакомый до этого математический аппарат изложить так, что он стал доступен пониманию даже не вполне подготовленным читателям. Он избегал сложных математических доказательств, строил изложение от простого к сложному, широко использовал конкретные примеры, взятые из практики, в том числе и его собственной работы в металлургических и геологических лабораториях. Он также везде пояснял целесообразность применения каждого метода, стремясь научить экспериментатора переводу полученных результатов с языка математики на язык предметной области (интерпретации количественных оценок). Например, для построения градуировочных графиков В.В. Налимов рекомендовал использовать регрессионный анализ и при этом объяснял, что дает исследователю данный статистический метод. В предельно ясной форме он сумел показать, как с помощью метода регрессионного анализа оцениваются ошибки в определении параметров модели; как проверяется гипотеза линейности, сопоставляются параметры градуировочных графиков с теоретически ожидаемыми значениями; как сравниваются два градуировочных графика и проверяется гипотеза о параллельном смещении графиков; как устанавливаются доверительные

границы для результатов анализа и т. д. Для проверки воспроизводимости результатов эксперимента он рекомендовал использовать дисперсионный анализ, опять-таки поясняя целесообразность его применения на конкретном примере. При наличии неоднородного материала предлагал обращаться к методу рандомизации, который позволял избежать систематической ошибки. Все приводимые им примеры относились к аналитической химии.

В этой книге он не просто представил *панораму* известных математико-статистических методов (регрессионный, дисперсионный и корреляционный анализы), но и учел *новейшие* для того времени непараметрические и робастные математико-статистические подходы зарубежных авторов. Благодаря Налимову многие методы были впервые «озвучены» по-русски. Он по существу был математиком-просветителем, открывшим химикам новый математико-статистический мир и объяснившим не только как его понимать, но и как с ним взаимодействовать.

Примечательно, что теоретические проблемы рассматривались в монографии в той мере, в какой это было необходимо для углубленного понимания вопросов, связанных с обеспечением достоверности результатов анализа. Особое внимание В.В. Налимов уделял необходимости правильной постановки задачи и учета специфических особенностей конкретной области исследования [1960 а]:

Каждая новая область применения математической статистики требует своего особого методического подхода. Опыт, полученный при статистических исследованиях в одной области, нельзя механически переносить на соседние, даже, казалось бы, близкие области. В частности, например, математическая теория ошибок, разработанная исходя из задач метрологии и геодезии, не может быть без существенного видоизменения перенесена в область аналитической химии. Поэтому наряду с руководствами общего характера по математической статистике появилась необходимость в специализированных руководствах, рассчитанных на работников данной узкой области (с. 8).

Эта книга, вобравшая, как было отмечено, все известные в то время математико-статистические методы с примерами из химии, по существу стала первым научным пособием на русском языке для химиков-экспериментаторов. Ничего подобного не было за рубежом. Поэтому уже в 1963 г. она была переведена в США: *The Application of Mathematical Statistics to Chemical Analysis*. Oxford: Pergamon Press, 294 p.

Она открыла новую страницу в науке. Это была попытка создания *общей метрологической теории химического анализа*. Естественным ее продолжением стало появление новых дисциплин, таких как *хеометрия* и *химическая метрология*.

Напомним, что *хеометрия* – это область экспериментальной химии, в которой применяются математико-статистические методы (включая планирование эксперимента) и методы прикладной математики для получения, обработки и классификации экспериментальных данных. Сам термин *хеометрия* получил распространение за рубежом в начале 1970-х гг., когда появился журнал с таким названием. Это и считается началом нового направления. В нашей стране *хеометрию* стали упоминать как зарубежное направление, которое целесообразно использовать. Однако, внимательно проанализировав отечественные публикации по прикладным химическим работам 1960–1970-х гг., можно отчетливо увидеть, насколько широко во всех направлениях химии уже тогда применялись математико-статистические методы. Просто еще не использовался термин *хеометрия*. Но дело ведь не в термине, а в сути. А суть как раз в том и состоит, что уже в книге Налимова [1960 а] был представлен опыт многолетнего использования математико-статистических методов в аналитической химии.

В другой его книге [1963 а] в самом названии было выделено применение статистических методов в химии и металлургии.

И не только книги, но и многочисленные статьи самого Василия Васильевича и его учеников показывают, насколько широко были развернуты хеометрические работы [Маркова, 2005, гл. 6, с. 132–170].

III. У истоков химической метрологии: попытка создания общей (метрологической) теории анализа вещества

В своей книге В.В. Налимов при отборе статистических методов придерживался принципа селективности: выделялись в основном те методы, которые оказывались перспективными для решения задач метрологического характера. К типовым и наиболее важным задачам он относил [1960 а]:

- классификацию ошибок;
- оценку точности и правильности анализа;
- метрологический контроль (оценку показателей сходимости и воспроизводимости, проверку состояния эталонов и стандартных образцов);
- сравнительную оценку разных методов анализа;
- построение градуировочных графиков.

Последнюю задачу Налимов считал одной из самых главных в метрологическом смысле.

Он понимал необходимость создания специального раздела в общей метрологии, посвященного аналитическим измерениям. В 1960-е годы такого раздела не было, главное внимание уделялось разработке нормативных документов для технических измерений. Книга В.В. Налимова была первой попыткой решения этой сложной задачи. В ней акцентировалась необходимость *математизации* той области знаний, где прежде математика в надлежащей мере не использовалась⁶.

Именно здесь развивались налимовские идеи, связанные с применением математической статистики при анализе вещества, с построением общей метрологической теории в этой области и разработкой статистического подхода к аналитическим измерениям.

В архиве секции химической кибернетики сохранилась интересная переписка В.В. Налимова с академиком А.И. Бергом, которому в докладной записке Василий Васильевич, в частности, писал [Маркова, 2005, гл. 5]:

Проблемы измерения в химии имеют первостепенное значение, т. к. исследование закономерностей химических процессов, их математическое описание, разработка алгоритмов оптимального управления возможны только при наличии технических средств измерения, обеспечивающих получение информации о процессе, достаточно полно характеризующей его состояние. Математическое описание химических процессов должно содержать в качестве параметров те величины, которые могут быть точно измерены, а управление химическими процессами и оптимизация осуществимы только при измерении величин, выбранных в качестве

⁶ Здесь можно отметить, что проблема математизации продолжала его интересовать в течение всей научной жизни, включая и те годы, когда основное время он посвящал философии. К примеру, в 1991 г. появилась его статья: *Как возможна математизация философии?* Вестник Московского университета, серия 7, философия, № 5, с. 7–17.

параметра управления. Поэтому проблема измерения в химии должна развиваться с некоторым опережением относительно большинства других (с. 128).

Эти слова актуальны и по сей день.

Такое понимание сформировалось в результате многолетней практики и постоянных раздумий Василия Васильевича о применении математико-статистических методов в решении метрологических задач при анализе вещества. Еще в 1957 г. во Всесоюзном научно-исследовательском институте метрологии имени Д.И. Менделеева в Ленинграде он защитил кандидатскую диссертацию *Дифференциальное изучение ошибок спектрального и химического анализа с применением методов математической статистики*. И продолжая работать в этом направлении, в том же институте в 1963 г. защитил докторскую диссертацию *Метрологические аспекты химической кибернетики*.

В.В. Налимов считал, что в этой диссертации он достаточно полно представил свою разработку общей метрологической теории анализа вещества применительно к обнаружению макропримесей.

Что же касается обнаружения микропримесей, то здесь теория была разработана только частично, поскольку требовался другой подход. Нужно было научиться оптимальным образом выделять слабые сигналы на фоне флуктуирующих шумов. Для решения этой задачи Налимов внес целый ряд предложений. Границу обнаружения микропримесей он предложил заменить интервалом неопределенных значений и, пользуясь концепцией ошибок первого и второго рода, оценивать вероятность ошибочных ответов «да» и «нет», когда действительное содержание вещества в пробе будет находиться соответственно ниже или выше установленного интервала неопределенности. В эмиссионном спектральном анализе он предложил новый метод обнаружения слабых сигналов при некогерентном приеме, в котором используется информационный, а не энергетический критерий. Полученная после усреднения функция распределения энергии по частотам разложения нормируется к единице, и для нее находят энтропию по Шеннону. Энтропия является мерой беспорядка. Если мы имеем дело с чистым рекомбинационным фоном, то при благоприятных условиях измерения получим ограниченный по частоте «белый» шум с максимальной энтропией. Появление линии вносит элемент упорядоченности – энтропия системы при этом уменьшается [Налимов, 1963 б].

Новый метод выделения слабых линий на рекомбинационном фоне требовал применения вычислительной техники. В.В. Налимов рассматривал эту работу как разведку в новом направлении, важность которого состояла в том, что на конкретном примере удалось показать применение идей и методов *теории случайных функций* и *теории информации* в сочетании с вычислительной техникой при решении задач, связанных с анализом вещества [Левин, Маркова, 2011, с. 284].

Эта «разведка в новом направлении» имела свое продолжение. В одном из писем Берг спрашивал Налимова, в каких химических задачах целесообразно использовать методы теории информации. В ответном письме Налимов отмечал (1962):

До сих пор нет достаточной ясности в том, насколько идеи и методы теории информации могут быть использованы при решении задач, которые возникают в химии...

Исходя из соображений общего характера, можно указать на ряд химических задач:

1. Оценка качества изображений (фотохимия).
2. Информационный подход к выбору критерия обнаружения следов веществ.
3. Информационный подход к выбору критерия в задачах разделения

многокомпонентных систем.

4. С теоретико-информационной точки зрения можно было бы рассмотреть многие задачи аналитической химии. Например, эмиссионный анализ можно описать как процесс передачи информации по каналам связи [Маркова, 2000, с. 152].

О чем говорит это письмо?

По сути, отталкиваясь от конкретной задачи, В.В. Налимов указал путь к новому направлению – широкому использованию теории информации в химии. Обращение к теории информации получило дальнейшее развитие в планировании эксперимента при выборе критериев оптимальности планов в работах учеников В.В. Налимова, входивших в его многочисленный «незримый коллектив»⁷.

В.В. Налимов был тем неординарным ученым, который любил и умел работать на пересечении разных наук, рассматривая проблемы с позиций целостного подхода.

IV. Зачем хорошо обрабатывать результаты эксперимента, если сам эксперимент поставлен плохо?

Чтобы оценить динамику развития отечественной концепции планирования эксперимента, достаточно взглянуть на хронологический ряд основных научных публикаций В.В. Налимова в период 1960–1970-х гг., где хорошо видна стремительность появления новых идей и подходов [Маркова, 2005, гл. 7, с. 171–207].

В 1960 г. выходит в свет первая знаменитая книга В.В. Налимова *Применение математической статистики при анализе вещества* [Налимов, 1960 а], [Nalimov, 1963]. Ранее мы останавливались на ее содержании и отмечали, что она положила начало метрологии аналитических измерений и отечественной хемометрии, став «классиком цитирования».

В том же 1960 г. появилась и другая публикация, открывшая перед исследователями новый математико-статистический мир.

Речь идет о статье *Статистические методы поиска оптимальных условий протекания химических процессов* [Налимов, 1960 б]. *Впервые* в нашей стране рассмотрены математико-статистические методы планирования эксперимента (с выделением метода Бокса–Уилсона) в задачах оптимизации химических процессов. До этого химики не знали, что эксперимент можно планировать, изменяя множество факторов.

Эта работа нашла широкий отклик не только среди химиков, но и у специалистов других областей. Наступала кибернетическая эра, и такие понятия, как *оптимизация, поиск оптимальных условий, оптимальное управление сложными процессами*, уже входили в практику. Во многих институтах были сформулированы задачи оптимального управления сложными процессами с помощью математических методов и вычислительных техник. Например, сам В.В. Налимов в это время в ГИРЕДМЕТ^{е8} создал группу «Математические методы исследования», которая занималась разработкой использования математических методов в химических и металлургических процессах. А одна из авторов этой статьи (Е.В. Маркова) работала в ЦНИИКА (Центральный научно-исследовательский институт комплексной автоматизации) в отделе автоматизации химических процессов, занимаясь моделированием процесса получения этилена (совместно с Охтинским химкомбинатом) и аммиака (совместно с Ново-Московским комбинатом). Но все исследователи сталкивались с большими трудностями, так как не хватало опыта применения математического аппарата в столь сложных задачах. Не ясно было, какие методы соответствуют этим задачам, вузы не готовили специалистов надлежащего профиля, не было также необходимой вычислительной техники.

Статья В.В. Налимова открыла исследователям новые горизонты. В ней математика использовалась не только на стадии обработ-

⁷ О незримом коллективе подробнее см. в [Маркова, 2005, гл. 6, с. 132–170].

⁸ Государственный институт редких металлов.

ки результатов эксперимента, но уже на стадии проектирования самого плана эксперимента. На первом этапе строились простые двухуровневые (ортогональные) планы, результаты эксперимента представлялись в виде полиномиальной модели первой степени, статистическими методами проверялась значимость коэффициентов модели, и далее, в зависимости от количественных оценок, совершалось крутое восхождение к оптимуму методом градиента. При этом изложение материала было настолько понятным, что метод сразу был подхвачен широким кругом экспериментаторов.

Занимаясь планированием эксперимента, Василий Васильевич не устал учить своих последователей концептуальному мышлению – учил думать. Это было составной частью его усилий.

В 1963 г. вышла в свет брошюра Статистические методы описания химических и металлургических процессов [Налимов, 1963 а]. Здесь планирование эксперимента рассматривалось уже как часть химической кибернетики и акцентировалось применение математических методов многофакторного планирования эксперимента в химии, химической технологии и металлургии. Те же идеи были отражены в докторской диссертации Налимова [1963 б]. Эти первые публикации имели явную *хемометрическую* направленность.

В 1965 г. выходит новая книга – Статистические методы планирования экстремальных экспериментов [Налимов, Чернова, 1965]⁹, которая, как и первая [1960 а], стала «классиком цитирования». В ней представлен весь спектр известных в то время зарубежных методов планирования эксперимента – полный факторный эксперимент и дробные реплики, исследование области оптимума после крутого восхождения, отсеивающие эксперименты, адаптационная оптимизация, планирование кинетических экспериментов, планирование при исследовании диаграмм «состав-свойство» и др. Главное внимание уделено концепции Бокса–Уилсона, направленной на решение задач оптимизации. Методы были выстроены в логической последовательности и проанализированы во взаимосвязи с поставленными задачами и особенностями объекта исследования. Например, на первом этапе, чтобы выделить доминирующие факторы среди множества потенциально влияющих, В.В. Налимов рекомендовал использовать насыщенные планы Плакета–Бермана и метод Сатерзвайта.

Здесь следует отметить характерную научную интуицию Василия Васильевича. Метод Сатерзвайта не укладывался в традиционную метастатистику. Зарубежные исследователи отвергли его, поскольку в случае обращения к нему приходилось планировать эксперимент с отрицательным числом степеней свободы. Однако Налимов сразу же нашел ему подходящее место на первом этапе планирования эксперимента, где, как он считал, были допустимы «грубые» методы выделения доминирующих факторов, после чего на втором этапе исследования оказывалось возможным обращение к традиционным методам планирования эксперимента.

На многие годы эта книга стала настольным руководством для специалистов по планированию эксперимента.

В 1969 г. появилась коллективная монография под редакцией В.В. Налимова Новые идеи в планировании эксперимента. В ней давалось обоснование концепции планирования эксперимента. Анализовались два подхода: эмпирико-интуитивный подход Бокса и математическая концепция D-оптимальности Кифера, которая оценивалась как шаг вперед. По этому поводу Налимов писал:

⁹ Переведена на польский язык – [Nalimov, Chernowa, 1967], на английский – [Nalimov, Chernova, 1968].

Концепция D-оптимальности, развиваемая Кифером, может рассматриваться как концепция совместных эффективных оценок. Можно считать, что она является естественным продолжением одного из основных направлений современной математической статистики – теории эффективных оценок Фишера. В этой теории эффективность оценок задается только оптимальным способом обработки результатов наблюдений. В концепции Кифера эффективность обуславливается еще и оптимальным расположением точек в пространстве факторов (независимых переменных) (с. 11–12).

Теория Кифера развивалась в США как чисто математическая теория, не имеющая какой-либо практической направленности. Именно на это обращал внимание Налимов, когда спрашивал, в какой степени данная теория может быть использована для решения многомерных задач и как в рамках этой теории могут быть оценены ранее предложенные планы, уже нашедшие практическое применение. Эти вопросы решали сотрудники налимовского отдела *математической теории эксперимента*¹⁰ и связанные с ним другие коллективы. Совместными усилиями были получены интересные теоретические результаты. Практическим следствием стали квази-D-оптимальные планы с достаточно малым числом экспериментальных точек. Решения вырабатывались путем вычислительного эксперимента на ЭВМ [Налимов, Голикова, Микешина, Веселая, 1967].

Машинный эксперимент начал играть большую роль. Компьютеры изменили логику развития планирования эксперимента. Раньше они использовались для обработки экспериментальных результатов, теперь же стали применяться еще и для синтеза оптимальных и квази-оптимальных планов, для сравнительного анализа свойств планов, сравнительного анализа разных моделей и т. д. Численные методы позволяли сопоставлять планы, порожденные разными критериями. Чаще всего разумным оказывалось компромиссное решение, для чего были необходимы сравнительные числовые оценки параметров планов [Nalimov, Golicova, Mikechina, 1970].

Налимов придавал большое значение работам по D-оптимальности и квази-D-оптимальности, связавшим теорию с практикой [Налимов, 1969]:

Итак, теперь можно говорить о развитии достаточно общей математической теории планирования эксперимента. Сейчас усилиями сотрудников лаборатории статистических методов МГУ и связанного с ними коллектива показано, что эти идеи, развиваемые в совершенно абстрактном плане, могут найти применение в решении чисто практических задач (с. 13).

Помимо указанных выше теоретических исследований, были получены значительные результаты в разработке ряда других направлений планирования эксперимента. Эти разработки проводились членами «незримого коллектива» в разных организациях и в разных городах нашей страны. Существенно продвинулись теория и методология планирования эксперимента на диаграммах «состав-свойство». Успешно планировались эксперименты в химико-кинетических задачах. Была развита теория и методология последовательного планирования при изучении механизма явлений. Выделился специальный раздел – планирование эксперимента в условиях неоднородностей исходного сырья, дискретных и непрерывных дрейфов. Изучалось обширное семейство комбинаторных планов, построенных на основе латинских квадратов, латинских кубов, неполных блок-схем и других комбинаторных конфигураций. Разрабатывалась методология планов дисперсионного анализа, создавались машинные алгоритмы для

¹⁰ Тогда отдел входил в состав *межфакультетской лаборатории статистических методов МГУ* под руководством А.Н. Колмогорова.

исследования свойств этих планов и их генерирования на ЭВМ. Началась разработка методов планирования на случайных полях. Продолжались работы по планированию эксперимента в задачах многофакторной экстраполяции. Это далеко не полный перечень интенсивно развивавшихся направлений планирования эксперимента в 1970-е годы [Маркова, 2000], [Markova, 2001].

Каждому из этих направлений посвящались десятки публикаций, авторы которых, как правило, находились под идейным влиянием В.В. Налимова. Эти публикации существенно отличались друг от друга в зависимости от того, на какого читателя они были ориентированы. Для читателя с высокой математической подготовкой выпускались работы теоретического характера с доказательством теорем. Для широкого круга экспериментаторов – адаптированные издания с большим числом реальных примеров. Некоторые публикации касались какого-то одного типа планирования эксперимента. С увеличением числа публикаций появилась необходимость в специальных выпусках библиографического характера [Маркова, 2005, гл. 7, с. 174–178].

В 1971 г. издается Теория эксперимента [Налимов, 1971], [Nalimov, 1975]. В ней рассматривалось формирование концепции планирования эксперимента под влиянием идей математической статистики. Методы статистики основываются на изучении рассеяния, а методы планирования эксперимента – на оптимальном использовании пространства независимых переменных. При описании сложных плохо организованных систем вместо строгого понятия закон появляется представление о модели.

В 1974 г. выходит новая книга – Вероятностная модель языка [Налимов, 1974]¹¹, где с вероятностных позиций рассматривается многообразие языков: естественно-научного, языка математики, абстрактной живописи, языка биологического кода и др. Для концепции планирования эксперимента эта книга оказалась очень важной, так как в ней предложено описание семантического мира на языке вероятностных представлений и определено место математической статистики на семантической шкале языков, разделяющей языки на «жесткие» и «мягкие». В приложении к книге приводится коллекция контрастных высказываний о термине «статистика». В.В. Налимов считал, что для специалистов по кибернетике изучение языка является одной из основных задач. Объектом исследования в кибернетике выступают самоорганизующиеся системы, которые рассматриваются как своеобразные организмы, образованные из некоторого множества вещей, объединенных системой управления. Управление осуществляется путем передачи и переработки сигналов. Структура управления – это структура языка системы. Глубокий философский смысл кибернетики Василий Васильевич видел в том, что впервые в европейской (и мировой) науке она соединила воедино идею изучения систем как целостных организмов (вместо традиционного изучения явлений, протекающих в системах) с применением научного аппарата логики, математики и «точного» естествознания (с. 5–6). Эта книга явилась естественным продолжением кибернетических взглядов Налимова.

В 1976 г. издается очередная книга – Логические основания планирования эксперимента [Налимов, Голикова, 1976; 1981]. Авторы этой небольшой книги рассказывают о тех логических предпосылках, на которых базируется математическая теория планирования эксперимента. Рассматриваются критерии оптимальности эксперимента, играющие роль аксиом. Анализируется логическая связь между различными критериями, дающими представление о том, что есть хороший эксперимент. Показывается, как математическая теория эксперимента охватывает на разных уровнях формализации все многообразие задач экспериментальных

¹¹ Дважды переиздается в нашей стране и в 1981 г. публикуется в Америке: *In the Labyrinths of Language. A Mathematician's Journey*. Philadelphia: ISI Press, 246 p.

исследований – от четкой их постановки до размытой. Впервые мы видим логическое и философское осмысление математической теории эксперимента. О необходимости такого подхода читаем в книге [Налимов, Голикова, 1981]:

В настоящее время накоплен большой опыт применения планирования эксперимента в различных областях деятельности... Общетеоретические основания планирования эксперимента до сих пор остаются недостаточно разъясненными. Пока еще никому не удалось написать хорошего руководства по планированию эксперимента ни в нашей стране, ни за рубежом. В популярных руководствах, предназначенных для широкого круга читателей, рассматривается, как применять планы в тех или иных конкретных ситуациях, как обрабатывать результаты таких экспериментов и как их интерпретировать. В книгах теоретической направленности рассматриваются специальные математические проблемы, возникающие при построении планов, отвечающих тем или иным критериям оптимальности. При этом сама идеология планирования эксперимента оказывается опущенной в книгах как того, так и другого типа (с. 3).

В книге сделана попытка восполнить этот пробел и рассмотреть именно *идеологию* планирования эксперимента.

В том же 1976 г. выходит препринт Язык вероятностных представлений [Налимов, 1976]¹². Здесь рассматривались логические основания широкого применения вероятностного языка для описания внешнего мира. Налимов отмечает, что смысл парадигмы вероятностного мышления состоит в том, что она создает систему представлений, которая позволяет описывать наблюдаемый мир на языке более мягком, чем язык детерминистских представлений.

Обозревая список публикаций этого периода, можно видеть, как от приложений совершался переход к построению математической теории эксперимента и осмыслению логических оснований планирования эксперимента.

Произошел качественный скачок в осознании методов планирования эксперимента. Феномен «двойной принадлежности» (методы–химия) исчез. Методы нарушили «границы», в пределах которых их привыкли применять. Они вышли за рамки химии, которую раньше обслуживали. Стало очевидным, что они могут эффективно обслуживать самые *разные* предметные области и обретают статус самостоятельной дисциплины – математической теории эксперимента – как науки о методе. *Сами методы стали объектом исследования!*

В 1982 г. в издательстве «Металлургия» под редакцией Налимова вышло в свет большое справочное издание (752 с.), представляющее собой достаточно полный каталог для наиболее употребительных моделей¹³.

Каталогизация планов дает возможность осмысленно выбрать план для решения той или иной задачи. Каждый новый план можно поставить в общий ряд с другими планами и выявить его преимущества и недостатки.

Разработка каталогов планов привела к интересному методологическому результату: стало ясно, что нет необходимости выбирать какой-то один критерий оптимальности и вести нескончаемые споры в его защиту. Появилась возможность выбора компромиссных планов, достаточно хороших (но не наилучших) с позиций разных критериев. Так был внесен еще один вклад в математическую теорию эксперимента, который можно сформулировать следующим

¹² В несколько переработанном виде он включен автором в книгу Облик науки, на русском языке ее удалось издать только в 2010 г. В английском варианте она вышла гораздо раньше – [Nalimov, 1981].

¹³ Бродский В.З., Бродский Л.И., Голикова Т.И., Никитина Е.П. 1982. Таблицы планов экспериментов (для факторных и полиномиальных моделей). М.: Металлургия, 752 с.

образом: *выбор оптимальных планов нужно рассматривать как компромиссную процедуру* [Nalimov, Golicoва, Granovsky, 1985], [Налимов, Голикова, Грановский, 1991].

Налимов считал, что при таком подходе более ясной становится логика построения математической теории: на ее развитие оказывают большое влияние те критерии, которые математически легко осмысливаются. Другие же критерии, с трудом поддающиеся обобщенной трактовке, приходится рассматривать как вспомогательные. В житейском смысле мы поступаем аналогичным образом: мы выбираем то, что нас удовлетворяет по всему многообразию требований, хотя наш выбор не бывает наилучшим в каком-то одном смысле.

Проблемам моделирования Налимов уделял большое внимание. Он рассматривал *математическую модель как вопрос*, который исследователь задает природе. Обосновывая свой тезис, он пишет, что всякий вопрос включает в себя две составляющие – утверждающую, вносящую некоторые знания (предпосылка вопроса), и собственно вопрошающую. Вопрошающая часть не может быть ни истинной, ни ложной, она может быть уместной или неуместной. Предпосылка вопроса может быть верной, ошибочной или недостаточной для постановки данного вопроса. В самой компактной форме вопросы задаются на математическом языке.

В статье *Планирование эксперимента: Найдут ли новые проблемы новые решения?* Налимов подвел итог 20-летнему развитию математической теории эксперимента и тут же наметил новые проблемы [Налимов, 1980]:

Наверное, можно говорить о циклическом характере развития науки: новое научное направление, решив старые проблемы, немедленно порождает новые, еще более серьезные. Вначале статистика возникла как дисциплина, занимающаяся анализом и интерпретацией данных о состоянии государства. Постепенно статистика стала превращаться в математическую дисциплину, занимающуюся поиском оптимальных способов анализа и интерпретации любых данных, в том числе и данных, полученных в результате лабораторного эксперимента. Но вот в начале нашего века вдруг стало ясно, что бессмысленно стремиться хорошо обрабатывать результаты эксперимента, если сам эксперимент был поставлен плохо. Возникла новая проблема – что есть хороший эксперимент? Ответ был дан. Но при этом оказалось, что обсуждать вопрос об оптимальности эксперимента можно только в ситуациях, когда математическая модель предложена раньше, чем начинается сам эксперимент... Немедленно возник новый вопрос, зачем ставить хороший эксперимент, если модель была выбрана плохо? *«Что есть хорошая математическая модель – это кардинальный вопрос, стоящий теперь перед нами во всей своей остроте»*. И мы опять стоим перед новой проблемой – теперь уже скорее психологической, чем логической, – как научиться осмысливать явления мира, если каждое из них будет задаваться не одной лучшей моделью, а *веером моделей* (с. 3).

V. Формирование нового мировоззрения экспериментатора

В своей научной и преподавательской деятельности Василий Васильевич постоянно акцентировал необходимость формирования нового мировоззрения. Его беспокоило отсутствие вероятностного мышления. Он думал о том, как отучить экспериментаторов от детерминизма, и не устал обсуждать это на многочисленных конференциях, семинарах, в лекциях. Свой тезис он формулировал так:

Наша главная задача – отучить экспериментатора от детерминизма. Если это удастся, мы сделаем уже очень многое. К сожалению, в наших вузах обучение ведется под знаком строгого лапласовского детерминизма, как, впрочем, и в школах. У учащихся возникает такое убеждение, что весь мир, все явления можно описать законами типа закона Ома. За рубежом в последнее время пытаются перестроить образование и вводить вероятностные понятия. В нашей же стране

и в вузах и во всех научных кругах продолжают мыслить детерминистически, и этот барьер преодолеть невозможно¹⁴.

Василию Васильевичу в значительной мере удалось преодолеть «барьер».

Экспериментатор стал понимать, что вероятностный язык более гибкий и может описывать сложные системы любого рода. А язык математической статистики стал восприниматься как *метаязык*, применяемый в разных предметных областях.

Концепция планирования эксперимента изменила мировоззрение экспериментатора, внеся много *новых* понятий и принципов.

Каков же их вклад?

Принцип многофакторности позволил вести экспериментальный поиск в многомерном факторном пространстве. С ростом размерности факторного пространства увеличивается радиус обследуемой сферы, а также растет точность оценок эффектов факторов благодаря усреднению по всему ансамблю наблюдений. Стало возможным исследовать эффекты взаимодействия факторов. Рассматривая объект экспериментирования как целостную многофакторную систему, исследователь получил большие дополнительные возможности по сравнению с теми, какие предоставлялись однофакторным экспериментом.

Требование количественной оценки всех исследуемых эффектов привело к построению многофакторных математических моделей. В задачах оптимизации чаще всего используются модели типа «вход–выход», опирающиеся на информационный подход.

Концепция рандомизации (преднамеренного внесения случайности в последовательность проведения эксперимента) позволяет при изучении сложных систем избавиться от получения смещенных оценок. Рандомизация обеспечивает беспристрастность, способствует исключению влияния неучтенных факторов, является средством робастности. При нарушении требований нормального распределения она обеспечивает вероятностную основу статистического вывода¹⁵.

Последовательное экспериментирование привело к стратегии шагового эксперимента, позволило композиционно достраивать планы или последовательно добавлять новые факторы и их уровни, осуществлять шаговый принцип поиска экстремума.

Теория оптимальности планов предоставила в распоряжение экспериментатора целый набор критериев, характеризующих хорошие свойства планов в статистическом смысле: некоррелированность оценок параметров модели, равенство их дисперсий, одинаковую точность предсказания отклика и т. д.

Формализованный процесс проверки статистических гипотез позволил четко принимать решения при экспериментальном исследовании выдвинутых гипотез [Маркова, 2005, гл. 6, с. 142–143].

Эти особенности концепции планирования эксперимента, сформировавшие новое мировоззрение, отражены в многочисленных публикациях В.В. Налимова и его учеников, посвященных новому подходу к планированию эксперимента.

Заключение

¹⁴ Цитируется по дневниковым записям Е.В. Марковой [2005, гл. 7, с. 186].

¹⁵ Концепции рандомизации специально посвящена книга: Маркова Е.В., Маслак А.А. 1986. Рандомизация и статистический вывод. М.: Финансы и статистика, 207 с. Предложенная Р. Фишером еще в 20-х гг. XX века, эта концепция была наиболее дискуссионной и не принималась химиками-детерминистами – здесь случай преднамеренно вносится в эксперимент.

Василий Васильевич Налимов был тем необыкновенным математиком, который стремился использовать не отдельные методы, а их совокупность. Предлагая *панораму* методов и разрабатывая методологические концепции, он ясно видел взаимосвязь между методами, решаемыми задачами и объектами исследования.

Являясь междисциплинарным или даже трансдисциплинарным исследователем, работающим на стыке наук, он сумел создать новые математико-статистические миры. Так на стыке химии и кибернетики он создал *химическую кибернетику*; математической статистики и химии – *хеометрию*; математической статистики и аналитической химии – *метрологию*, выделив аспект аналитических измерений; на стыке математической статистики и эксперимента – *математическую теорию эксперимента*. Этот перечень можно продолжить, отметив создание *наукометрии* на пересечении математических методов и науковедения и, наконец, – разработку *вероятностно-ориентированной философии* на стыке теории вероятностей и философии.

В этой статье нам пришлось отказаться от рассмотрения многих проблем, которыми занимался В.В. Налимов. Мы не коснулись математизации и компьютеризации биологии, фальсификации и верификации статистических гипотез, разработки целостного подхода к проблемам языка, сознания, эволюционизма, в основе которого лежит формула Бейеса, превращенная у него в универсальную познавательную модель для рассмотрения сложных систем, изучение которых стало характерной чертой современной науки.

По существу В.В. Налимов непрерывно решал проблему математизации знания, полагая естественным обращение к математике, поскольку люди воспринимают мироздание «через время, пространство и число» [2000, с. 28].

Задолго до появления синергетической философии В.В. Налимов предложил философию встречи», защищая плюрализм философий, моделей, подходов¹⁶.

Литература

Влэдуч Г.Э., Налимов В.В., Стяжкин Н.И. 1959. Научная и техническая информация как одна из задач кибернетики. **Успехи физических наук**, т. LXIX, вып. 1, с. 13–56.

Грановский Ю.В., Дрогалина Ж.А., Маркова Е.В. 2005. **Я друг свобод... В.В. Налимов: Вехи творчества**, т. I. М.: Водолей Publishers, 374 с.

Дрогалина Ж.А., Панченко Л.А. (сост.). 2011. сб.: **Василий Васильевич Налимов – математик и философ** (к 100-летию со дня рождения). М.: МАКС Пресс, 391 с.

Левин С.Ф., Маркова Е.В. 2011. В.В. Налимов и современная концепция аналитических измерений (история одной монографии). **Там же**, с. 278–296.

Маркова Е.В. 2000. Он принес новые смыслы и новые решения. **Науковедение**, № 1, с. 145–159. Краткий вариант статьи опубликован: **Вопросы истории информатики**, 2000.

¹⁶ Аршинов В.И. 1999. Синергетика как феномен постнеклассической науки. М.: Ин-т философии, с. 49–53.

Предварительные публикации. Выпуск 1, Препринт 1148 (Поспелов Д.А., Фет Я.И., ред.).
Новосибирск: с. 34–44.

Маркова Е.В. 2005. У истоков метрологии анализа вещества. В кн.: Грановский Ю.В., Дрогалина Ж.А., Маркова Е.В. **Я друг свобод... В.В. Налимов: Вехи творчества**, т. I, гл. 5. М.: Водолей Publishers, с. 118–131.

Маркова Е.В. 2005. Химическая кибернетика: путь к взаимодействию наук. **Там же**, гл. 6., с. 132–170.

Маркова Е.В. 2005. Математическая теория эксперимента: из истории налимовского незримого коллектива. **Там же**, гл. 7, с. 171–208.

Маркова Е.В. 2005. Почему мы пользуемся вероятностными представлениями при описании внешнего мира. **Там же**, гл. 9, с. 263–281.

Налимов В.В. 1960 а. **Применение математической статистики при анализе вещества**. М.: Физматгиз, 430 с.

Налимов В.В. 1960 б. Статистические методы поиска оптимальных условий протекания химических процессов. **Успехи химии**, т. 29, № 11, с. 1362–1387.

Налимов В.В. 1961. Химикам нужно знать математическую статистику. **Вестник высшей школы**, № 3, с. 34.

Налимов В.В. 1962. Методы кибернетики – в практику работы лабораторий. **Заводская лаборатория**, т. XXVIII, № 7, с. 771–772.

Налимов В.В. 1963 а. **Статистические методы описания химических и металлургических процессов**. М.: Металлургиздат, 60 с.

Налимов В.В. 1963 б. Метрологические аспекты химической кибернетики (Обобщающий доклад по работам, представленным на соискание ученой степени доктора технических наук). М.: 38 с. Текст доклада воспроизведен в сб.: Маркова Е.В., Брюханов В.А. (сост.). 1999. **В.В. Налимов (1910–1997) и его вклад в создание метрологической теории количественного химического анализа** (мемориальный сборник в трех частях), часть 2. М.: Ростест–Москва, с. 13–51.

Налимов В.В. 1969. Теория эксперимента. В кн.: **Новые идеи в планировании эксперимента**. М.: Наука, с. 9–21.

Налимов В.В. 1970 а. Влияние идей кибернетики и математической статистики на методологию научных исследований. В сб.: **Методологические проблемы кибернетики** (Материалы Всесоюзной конференции). Том первый. М.: Институт философии, с. 50–71.

Налимов В.В. 1970 б. Проблемы преподавания теории эксперимента. Всесоюзная научная конференция по планированию и автоматизации эксперимента. **Тезисы докладов.** М.: МЭИ, с. 3–7.

Налимов В.В. 1971. **Теория эксперимента.** М.: Наука, 207 с.

Налимов В.В. 1974. **Вероятностная модель языка.** М.: Наука, 272 с. (1979 – 2-ое расширенное и дополненное изд.; 2003 – третье изд.)

Налимов В.В. 1976. **Язык вероятностных представлений.** Препринт Научного совета по комплексной проблеме «Кибернетика» АН СССР, 60 с.

Налимов В.В. 1989. **Спонтанность сознания.** М.: Прометей, 287 с.; 2007 – 2-е изд. М.: Водолей Publishers, 367 с.

Налимов В.В. 1994. **Канатоходец.** Воспоминания. М.: Изд. группа «Прогресс», 456 с.

Налимов В.В. 2000. **Разбрасываю мысли.** В пути и на перепутье. М.: Прогресс-Традиция, 344 с.

Налимов В.В. 2010. **Облик науки.** М.-СПб: Центр гуманитарных инициатив, Изд. МБА, 367 с.

Налимов В.В., Бурмистров М.П., Недлер В.В. 1964. Выбор оптимальных условий измерения слабых спектральных линий. **Заводская лаборатория**, т. XXX, № 5, с. 544–545.

Налимов В.В., Голикова Т.И., Микешина Н.Г., Веселая Г.Н. 1967. Построение на кубе планов второго порядка, близких к D-оптимальным. **Заводская лаборатория**, т. XXXIII, № 7, с. 847–859.

Налимов В.В., Голикова Т.И. 1976. **Логические основания планирования эксперимента.** М.: Металлургия, 128 с. (1981 – 2-ое переработ. и дополн. изд. М.: Металлургия, 151 с.)

Налимов В.В., Голикова Т.И., Грановский Ю.В. 1991. **Современное состояние проблемы планирования эксперимента.** Планирование эксперимента в биологии и сельском хозяйстве (учебное пособие), глава 1. М.: Изд. МГУ, с. 4–21.

Налимов В.В., Маркова Е.В. 1967. Применение кибернетики и вычислительной техники в химии. **Информационные материалы Научного совета по комплексной проблеме «Кибернетика» АН СССР**, № 11, с. 136–154.

Налимов В.В., Маркова Е.В. 1970. Химическая кибернетика. **Там же**, № 11–12, с. 105–127.

Налимов В.В., Маркова Е.В. 1972. Химическая кибернетика. **Там же**, № 8, с. 168–181.

Налимов В.В., Чернова Н.А. 1965. **Статистические методы планирования экстремальных экспериментов**. М.: Физматгиз, 340 с.

Markova E. 2001. He brought new meanings and new solutions. **Scientometrics**, vol. 52, № 2, p. 151–158.

Nalimov V.V. 1969. Die Planung eines Experimentes bei der Optimierung von chemisch-analytischen Prozessen. **Sonderdruck aus Wissenschaftliche Zeitschrift der Technischen Hochschule für Chemie «Carl Schorlemmer»**. Leuna–Merseburg: Band 11, Heft 1, S. 16–21.

Nalimov V.V. 1975. **Theorie des Experiments**. Berlin: VEB Deutscher Landwirtschaftsverlag, 159 S.

Nalimov V.V., Chernova N.A. 1967. **Statystyczne metody planowania doświadczeń ekstremalnych**. Warszawa: Wydawnictwo Naukowo-Techniczne, 412 p.

Nalimov V.V., Chernova N.A. 1968. **Statistical Methods for Design of Extremal Experiments**. Foreign Technology Div., Wright, Patterson AFB OHIO, FTD. HT 23-660-67, 41 9B, AD 673747, USA (микроплёнка).

Nalimov V.V., Golikova T.I., Mikechina N.G. 1970. On practical use of the concept of D-optimality. **Technometrics**, vol. 12, № 4, p. 799–812.

Nalimov V.V., Golicova T.I., Granovsky Y.V. 1985. Experimental design in Russian practice. **A Celebration of Statistics**. The ISI Centenary Volume. Tokyo, N.Y., Berlin: Springer Verlag, Charter 21, p. 475–496.