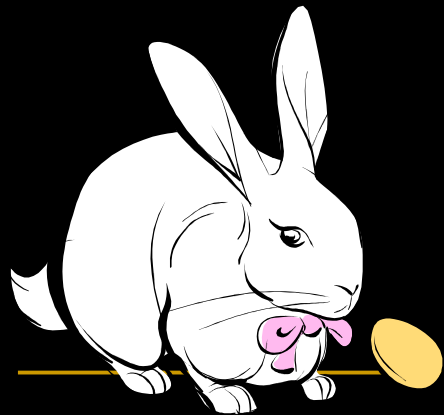


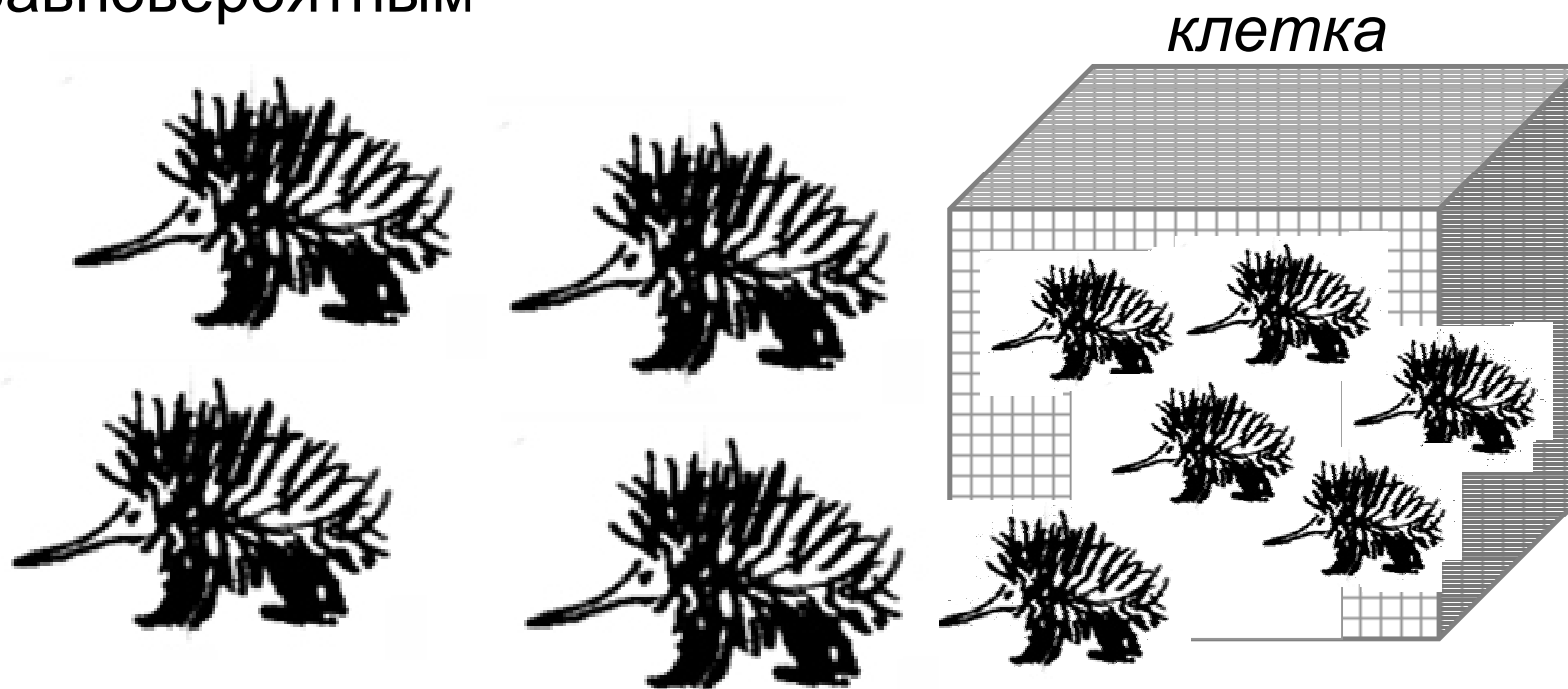
Одновыборочные критерии.
Критерии Стьюдента.
Дисперсионный анализ ANOVA.

Занятие 3



1. Случайность измерений (*randomness*)

Так, попадание зверя в контрольную или экспериментальную групп должно быть равновероятным



Пример: если в одну группу поместить зверьков, которые первыми вышли из клетки, а в другую – тех, кто в ней остался, выборки будут неслучайными

формирование выборки

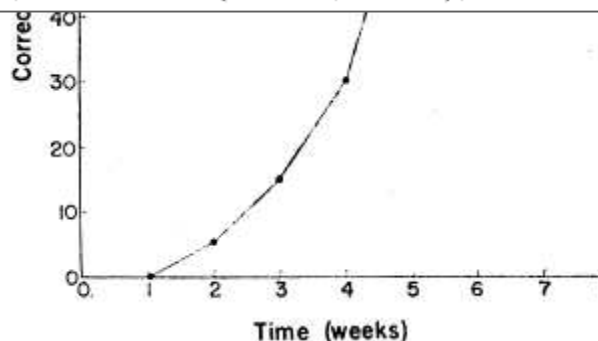
Memory and Hibernation in *Citellus lateralis*

M. Colleen McNamara; M. L. Riedesel

Science, New Series, Vol. 179, No. 4068 (Jan. 5, 1973), 92-94.

of 12 hours of light followed by 12 hours of darkness for an 11-day period. All animals spent the same amount of time in the cold. For the first few days the animals had free access to food. Subsequently, food was withdrawn in varying amounts to encourage entrance into hibernation. Some animals hibernated while others did not. Bouts of hibernation were monitored by placing

5 JANUARY 1973



At the end of the 11 days in cold all animals were housed in the laboratory for 24 hours before testing retention (test A), and given free access to food and water. Two days after testing the animals were returned to the hibernaculum for another 11-day cold exposure and retested 24 hours later (test B).

The retention tests A, B, and C, in which each animal was given four trials in the



During the first cold-exposure period the mean hibernation period was 12 days for males and 8 days for females. Ten animals had hibernated. One male and one female died during the first 11 days of cold exposure. Animals that hibernated had better retention than did those that did not (test A in Table 1).

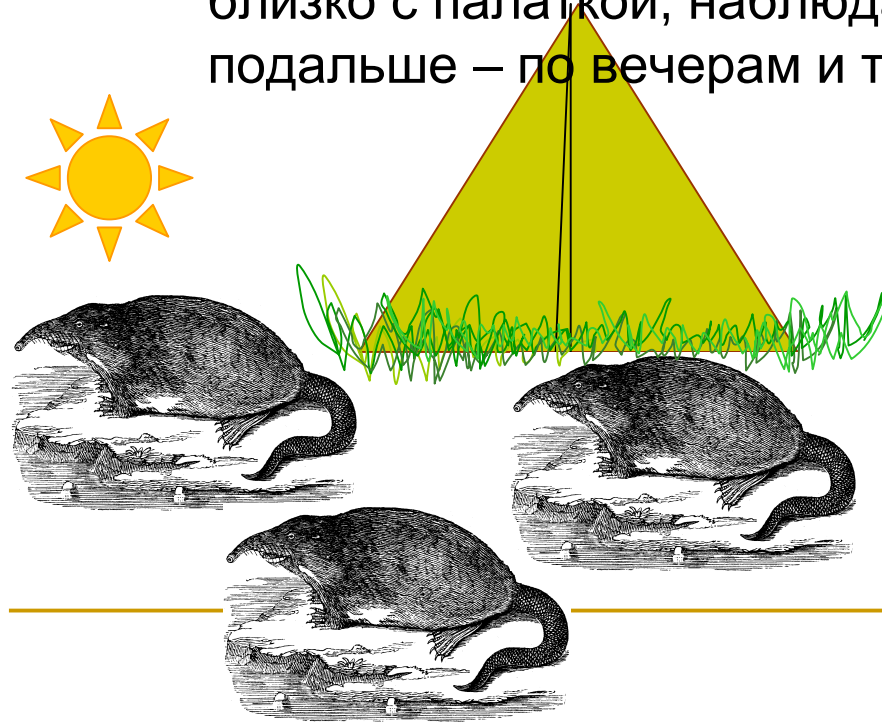
During the second cold-exposure period the mean hibernation period was 8 days for males and females; 11 ani-

формирование выборки

2. Независимость измерений (*independence*)

Между измерениями не должно быть корреляций в пространстве и времени, автокорреляций (когда последующее измерение зависит от предыдущего).

Пример: один и тот же зверь вошёл в выборку несколько раз за разные годы; тех животных, которые живут близко с палаткой, наблюдали по утрам, а тех, кто подальше – по вечерам и т. п.



формирование выборки

3. Необходимо минимизировать постороннюю дисперсию

Выровнять выборку так, чтобы действие посторонних факторов было сведено на нет, либо в дальнейшем учитывать действие этих факторов.

Например, анализировать изменчивость размеров тела в разных популяциях лучше на особях одного пола и возраста.



формирование выборки

4. Нормальность

Все выборки должны быть взяты из популяций с нормальным распределением (так, принципиально не подходят последовательные измерения массы зверьков в течение года и т. п.)

Проверка выборки на нормальность

- ✓ *Kolmogorov-Smirnov test*
- ✓ *Lilliefors test*
- ✓ *Shapiro-Wilk's W test*

5. Гомогенность дисперсии (*homogeneity = homoscedasticity*)

У совокупностей, из которых сформированы выборки, дисперсии должны быть равны между собой. Если дисперсии не равны это называется гетерогенность (*heterogeneity = heteroscedasticity*)

Это не столь критичное требование, как прочие. При равенстве размеров выборок ещё менее критично.

Проверка равенства дисперсий:

вставлена в Статистике в блоки с соответствующими параметрическими тестами (t -тест, ANOVA)

Проверка равенства дисперсий

- ✓ *F-test* – для двух групп;
- ✓ *Levene's test* – более надёжный, подходит для двух и более групп;
- ✓ *Brown & Forsythe's test* – подходит для выборок разного размера
- ✓ *Barlett's test* – для трёх и более групп

/Если выборки гетерогенны, есть способы сделать их гомогенными./

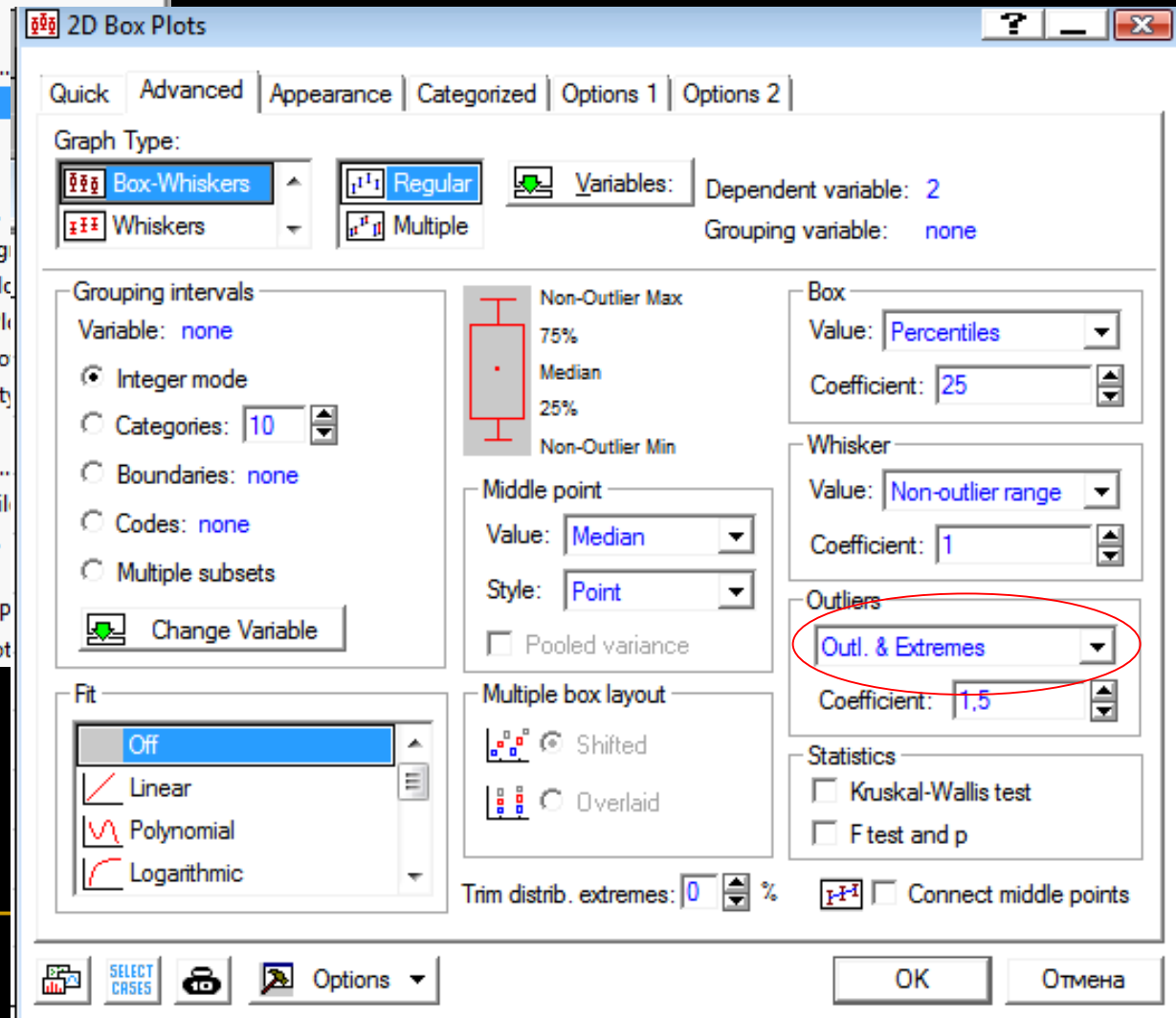
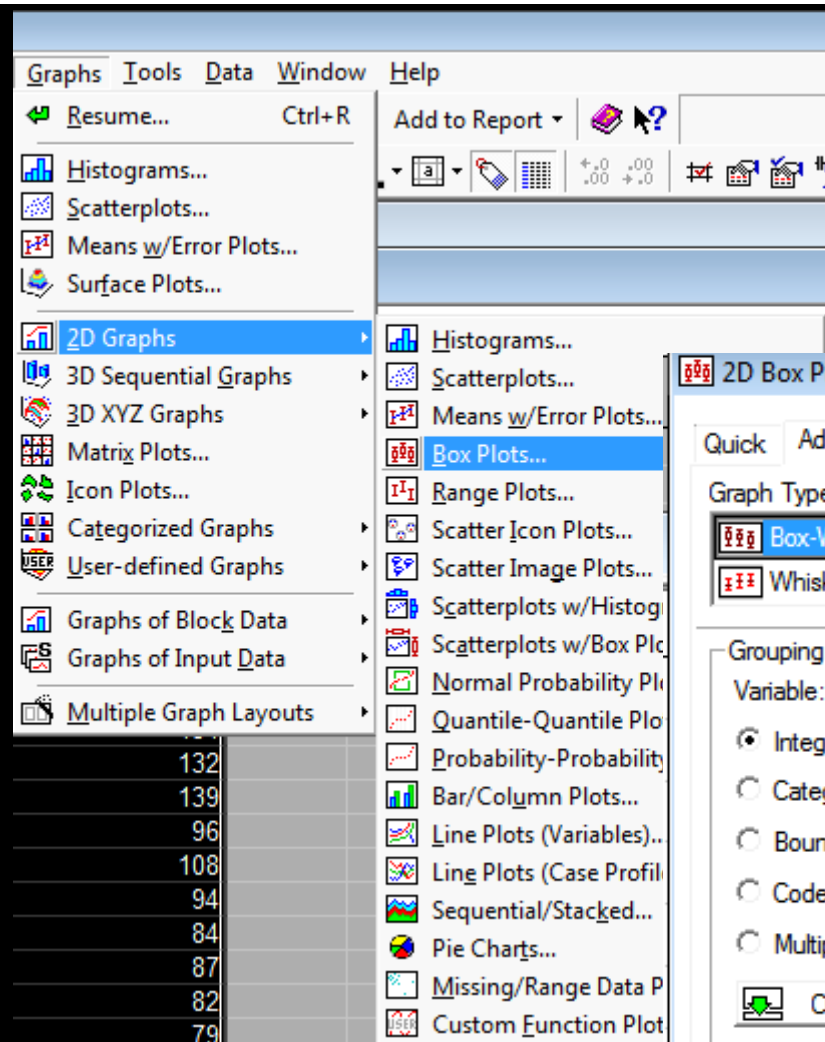
6. Следует исключить из анализа **аутлаеры (outliers)**. Они могут быть заменены ближайшими к ним значениями.

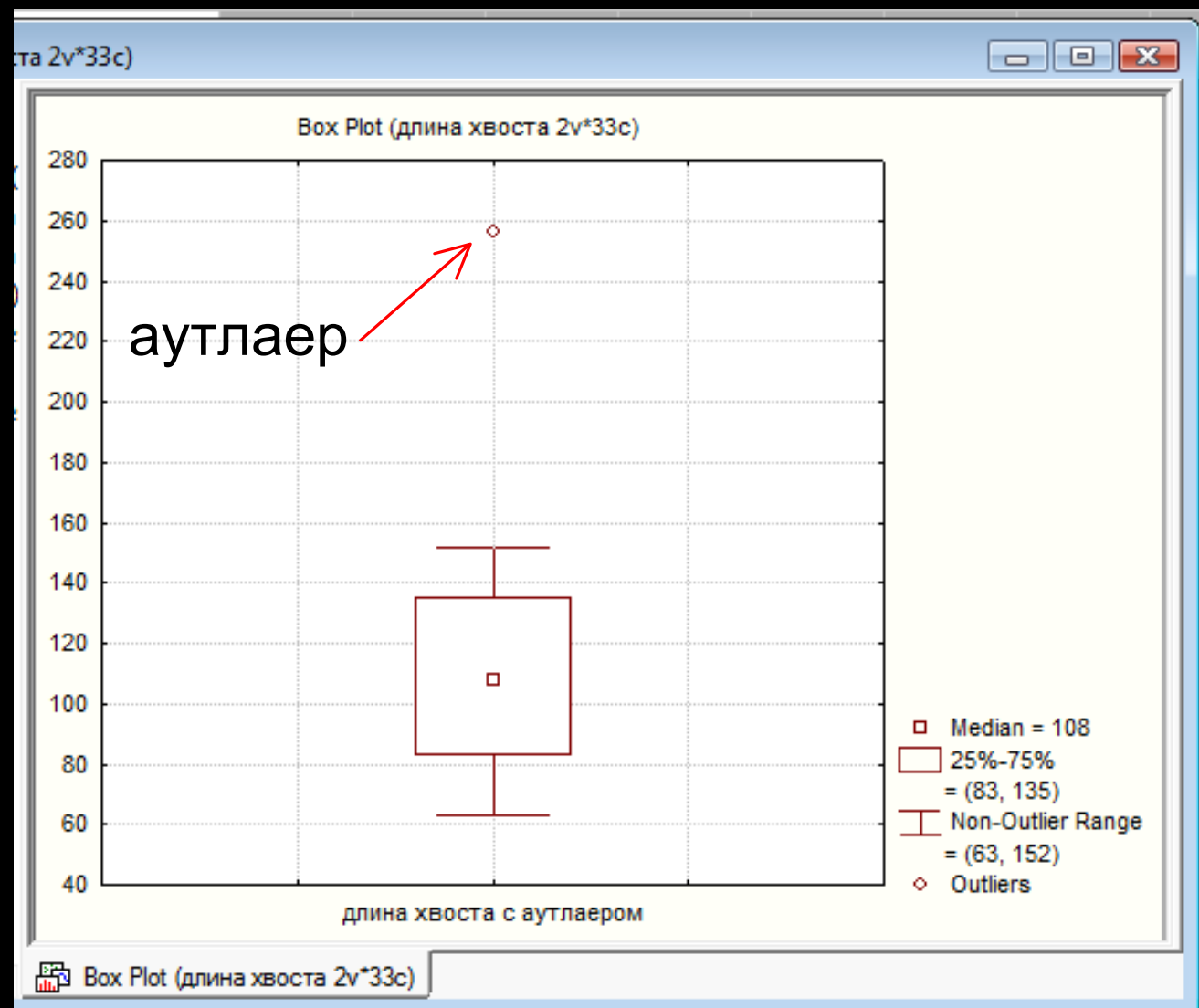
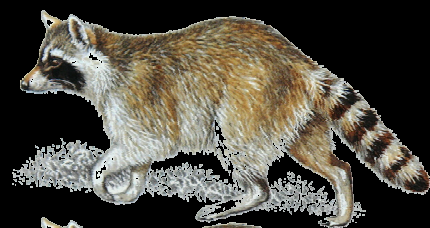
7. **Аддитивность (*additivity*)**

Если мы хотим исследовать одновременное влияние двух и более факторов, их действие на зверьков должно быть независимым друг от друга

(Для Two-way ANOVA и MANOVA)

Аутлаеры





формирование выборки

Что способствует большой **МОЩНОСТИ** критерия
(напоминание: мощность – вероятность отвергнуть H_0 когда она
не верна)



1. Увеличение размера выборки;
2. «Искомые различия» велики сами по себе;
3. Маленькая дисперсия;
4. Увеличение уровня значимости (...);
5. Выбор одностороннего теста вместо двустороннего.

Одновыборочные параметрические тесты



one-sample hypotheses

Известно, что в некоторой популяции крыс средняя длина хвостов – 1 м. В подвале завода мы наловили крыс и нам кажется, что их хвосты отличаются от среднепопуляционных.

[Другой пример: Известно, что средняя масса американских студентов = 80 кг. Профессор Койл придумал гипнотическое устройство для понижения веса. Он на 100 студентах испытывал своё устройство и хочет сравнить их вес со средним для студентов.]

$$H_0 : \mu = a$$

$$H_1 : \mu \neq a$$



Одновыборочный t -критерий (*t-test for single means*):
позволяет сравнить **среднее значение** в выборке с заданным числом

one-sample hypotheses

Общий принцип формирования статистики критерия:

$$\text{Статистика} = \frac{\text{параметр выборки} - \text{параметр популяции}}{\text{стандартная ошибка параметра выборки}}$$

разность выборочного
среднего и
популяционного

$$t = \frac{\bar{X} - \mu}{s_{\bar{X}}}$$

ошибка среднего

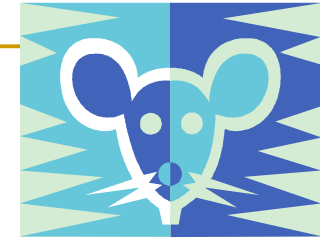
$$s_{\bar{X}} = SE = \frac{s}{\sqrt{n}}$$

$$df = n-1$$



one-sample hypotheses

Итак, одновыборочные критерии



проверяют гипотезы в отношении **ОДНОЙ** выборки:

1. Одновыборочный t -критерий (*t-test for single means*):
позволяет сравнить **среднее значение** в выборке с заданным числом

$$H_0 : \mu = a$$

2. [Одновыборочный χ^2 – критерий: (сравнивает **дисперсию** в выборке с заданным числом)]

$$H_0 : \sigma^2 = a$$

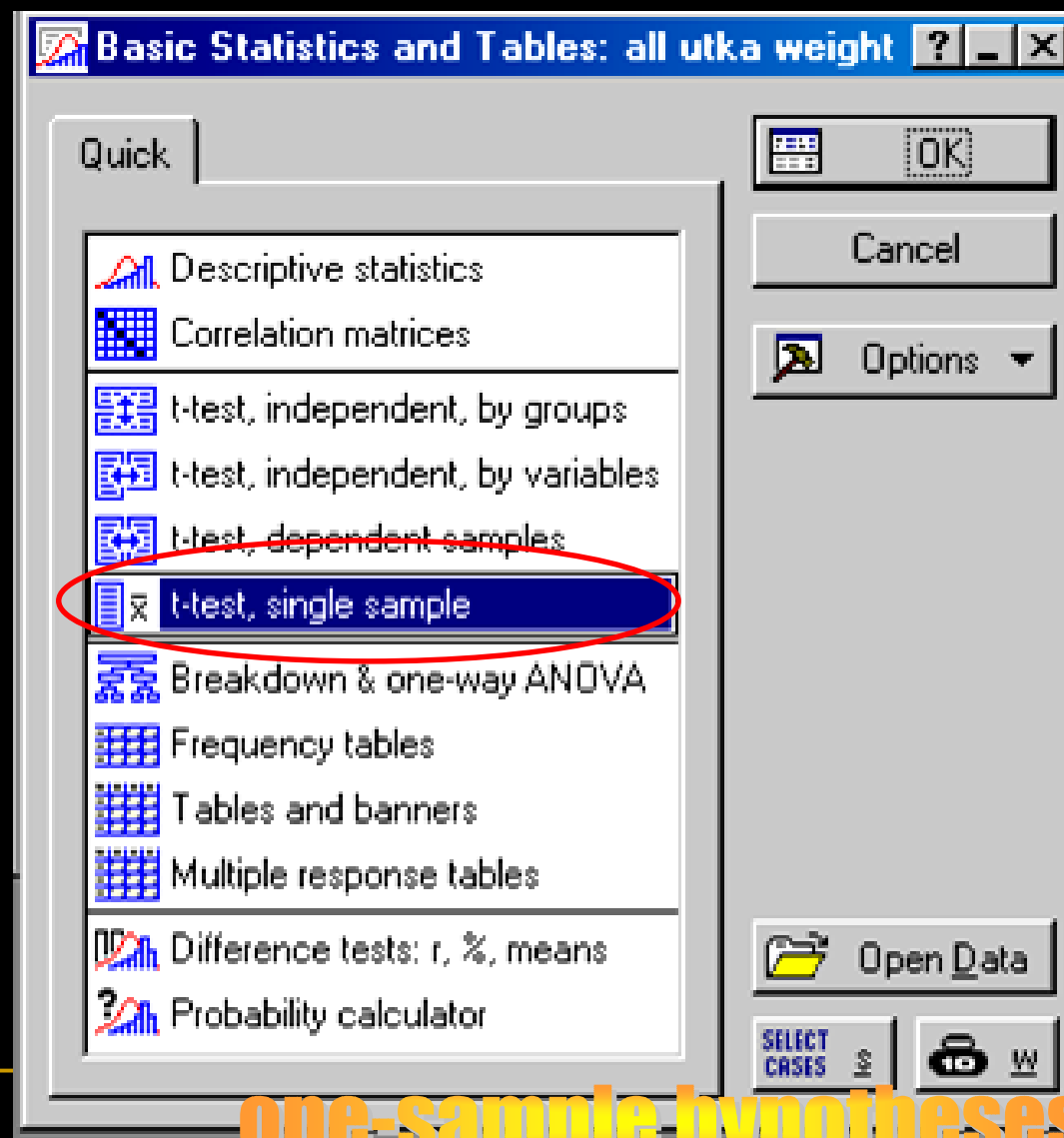
Ещё раз: эти тесты подходят только для нормально распределенных величин

one-sample hypotheses

Одновыборочный t -критерий

Data: длина хвоста...

	1
	длина хвоста
8	137
9	121
10	140
11	152
12	133
13	151
14	132
15	139
16	96
17	108
18	94
19	84
20	87
21	82
22	79
23	74
24	73
25	67



Нам пришлось
отвергнуть
гипотезу о том,
что средняя
длина хвоста у
крыс равна 1
метру

T-Test for Single Means: длина хвоста

Variables: **длина хвоста**

Summary: I-tests

Reference values:

☒ Test all means against: **100**

☐ Test means against different user-defined constants

Histograms

Box & whisker plot

p-level for highlighting: **.05**

Probability plots:

☒ Normal

☐ Half-normal

☐ Detrended

Weighted moments

DF =

☒ W-1 ☐ N-1

MD deletion

☐ Casewise

☒ Pairwise

Cancel

Options

Data: Test of means against reference constant (value) (длина хвоста)

Test of means against reference constant (value) (длина хвоста)								
Variable	Mean	Std.Dv.	N	Std.Err.	Reference Constant	t-value	df	p
длина хвоста	88,09091	19,58214	33	3,408813	100,0000	-3,49362	32	0,001417

one-sample hypotheses

Сравнение между собой средних значений нескольких (от 2-х и более) выборок

Параметрические тесты

Зависимая переменная – собственно та, которая нас интересует (dependent variable).

Независимая – определяет нахождение в той или иной группе. В статистике – grouping variable.

Сравнение **ДВУХ** групп

Различаются ли *по массе* тигры-самцы и тигры-самки в зоопарке?

Сравниваем средние массы наших зверьков.

Мы анализируем влияние пола на массу тигров.

Зависимая переменная – масса.

Независимая (группирующая) – пол (группы: 1. самцы; 2. самки)



t-tests

Критерий Стьюдента для независимых выборок (t-test for independent samples)

Общий вопрос: получены ли выборки из одной популяции?

Частный вопрос: равны ли **средние** значения между собой?

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2$$

$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2$$

1. Размеры выборок могут отличаться
2. Выборки должны иметь нормальное распределение, и их дисперсии должны быть равны.
3. Ограничение на размер выборки: $N \geq 10$ в каждой группе.
4. Критерий может быть односторонним и двусторонним

От чего будет зависеть, отвергнем ли мы гипотезу H_0 или нет?

1. Непосредственно от различий в средних значениях;
2. От изменчивости в обеих группах;
3. От размера выборок.

$$\text{Статистика} = \frac{\text{параметр выборки} - \text{параметр популяции}}{\text{стандартная ошибка параметра выборки}}$$

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 \quad H_0 : \mu_1 - \mu_2 = 0$$

$$t = \frac{(\bar{X}_1 - \bar{X}_2) - (\mu_1 - \mu_2)}{S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}} = \frac{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}{S_{\bar{X}_1 - \bar{X}_2}}$$

разность
выборочных
средних

ошибка

$$df = n_1 + n_2 - 2$$

Ошибка считается из средних
квадратов стандартных
отклонений в выборках

Основное распределение - t -распределение
(Стьюдента)

* Это статистика для двустороннего критерия **t-tests**

Группы классифицированы по одному признаку – действующий фактор только один

t-test for independent samples

The screenshot shows the SPSS 'Basic Statistics and Tables: тигры' dialog box. The 'Quick' tab is active, and 't-test, independent, by groups' is selected. The 'Data: тигры* (10v by 48c)' window is visible in the background, showing a table with two columns: 'ВЕС ТИГРА КГ' and 'ПОЛ ТИГРА'. The data is as follows:

1	ВЕС ТИГРА КГ	2	ПОЛ ТИГРА
	567		самец
	653		самец
	465		самец
	547		самец
	564		самец
	457		самец
	437		самец
	574		самец
	497		самец
	532		самец
	504		самец
	582		самец
	527		самец
	558		самец
	537		самец
	526		самец
	137		самка
	118		самка
	132		самка

t-tests

T-Test for Independent Samples by Groups: тигры

Variables: Dependent: **вес тигра, кг**
 Grouping: **пол тигра**

Code for Group 1: **"самец"** Code for Group 2: **"самка"**

Quick | Advanced | Options

☐ Display long variable names
☐ Test /w separate variance estimates
☐ Multivariate test (Hotelling's T?)

p-level for highlighting: **.05**

Homogeneity of variances
☒ Levene's test
☒ Brown & Forsythe test

Summary
 Cancel
 Options

SELECT CASES ☒ W-1 ☐ N-1

☐ Weighted moments
 DF =
☒ W-1 ☐ N-1
☐ MD deletion

Data: T-tests; Grouping: пол тигра (тигры)

T-tests; Grouping: пол тигра (тигры)
 Group 1: самец
 Group 2: самка

Variable	Mean самец	Mean самка	t-value	df	p	Valid N самец	Valid N самка	Std.Dev. самец	Std.Dev. самка	F-ratio Variances	p Variances
вес тигра, кг	532,9375	132,4375	29,17687	30	0,000000	16	16	53,71216	11,38987	22,23861	0,000000

F-ratio Variances	p Variances	Levene F(1,df)	df Levene	p Levene	Brn-Fors F(1,df)	df Brn-Fors	p Brn-Fors
22,23861	0,000000	12,85504	30	0,001176	12,82837	30	0,001188

ests

Итак,

1. В соответствии с уровнем значимости 0.05 отвергаем H_0 ;
2. Однако, гипотеза о равенстве дисперсий в выборках тоже отвергнута;
3. Поскольку размеры выборок одинаковы, и всем остальным требованиям выборки удовлетворяют, мы можем этим фактом пренебречь (!);

→ *Средняя масса тигров-самцов и тигров-самок неодинакова.*

4. Для разрешения всех сомнений можно воспользоваться непараметрической статистикой.

Сравнение **ДВУХ** групп

Критерий Стьюдента для связанных выборок (t-test for dependent samples)

К тиграм-самцам пришёл новый служитель, и возможно, они стали по-другому питаться. Мы хотим узнать, не изменилась ли их масса.

Мы анализируем влияние служителя на массу тигров-самцов.

Зависимая переменная – масса.

Независимая – группы: 1. до нового служителя; 2. после)



t-test

Каждый тигр два раза участвует в наблюдениях:
он входит в обе группы.

	ДО	ПОСЛЕ
1 тигр	356	363
2 тигр	351	361
3 тигр	353	358
4 тигр	355	356
5 тигр	354	359
6 тигр	355	355

$D_i = X_{i1} - X_{i2}$
Таких D столько, сколько пар.

У них есть среднее.

$$H_0 : \mu_D = 0$$

$$H_1 : \mu_D \neq 0$$

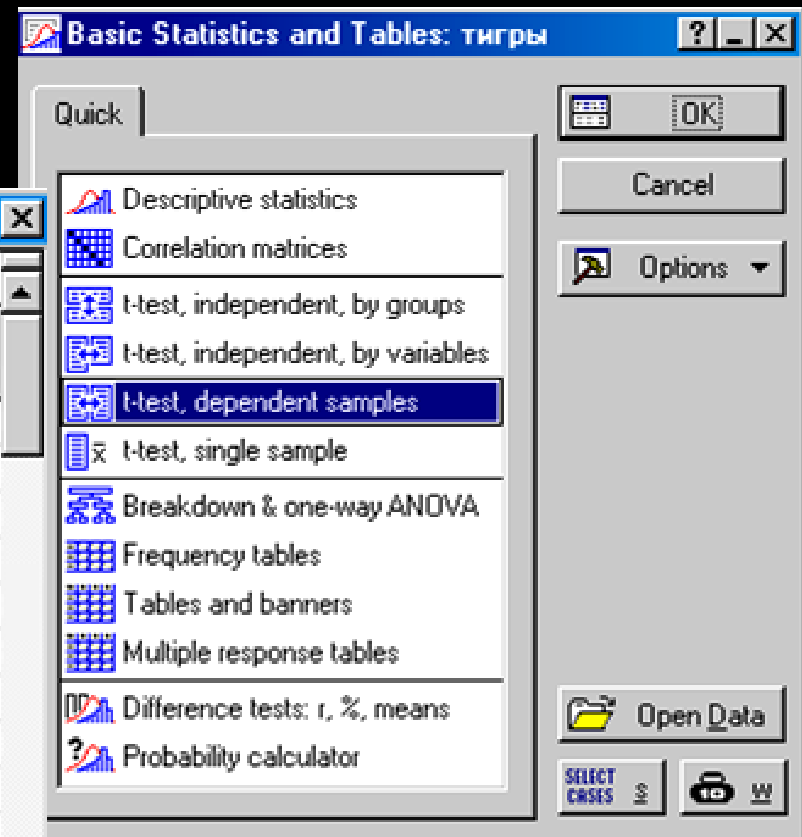
Статистика: $t = \frac{\bar{D} - \mu_D}{s_{\bar{D}}}$ $\rightarrow$ $t = \frac{\bar{D}}{s_{\bar{D}}}$ $df = n - 1$

Тест может быть односторонним и двусторонним

t-tests

t-test for **dependent** samples

Data: тигры* (10v by 48c)			
	1	2	3
	вес тигра, кг	пол тигра	вес (новый служитель)
1	567	самец	589
2	653	самец	645
3	465	самец	498
4	547	самец	567
5	564	самец	598
6	457	самец	438
7	437	самец	467
8	574	самец	590
9	497	самец	501
10	532	самец	523
11	504	самец	510
12	582	самец	590

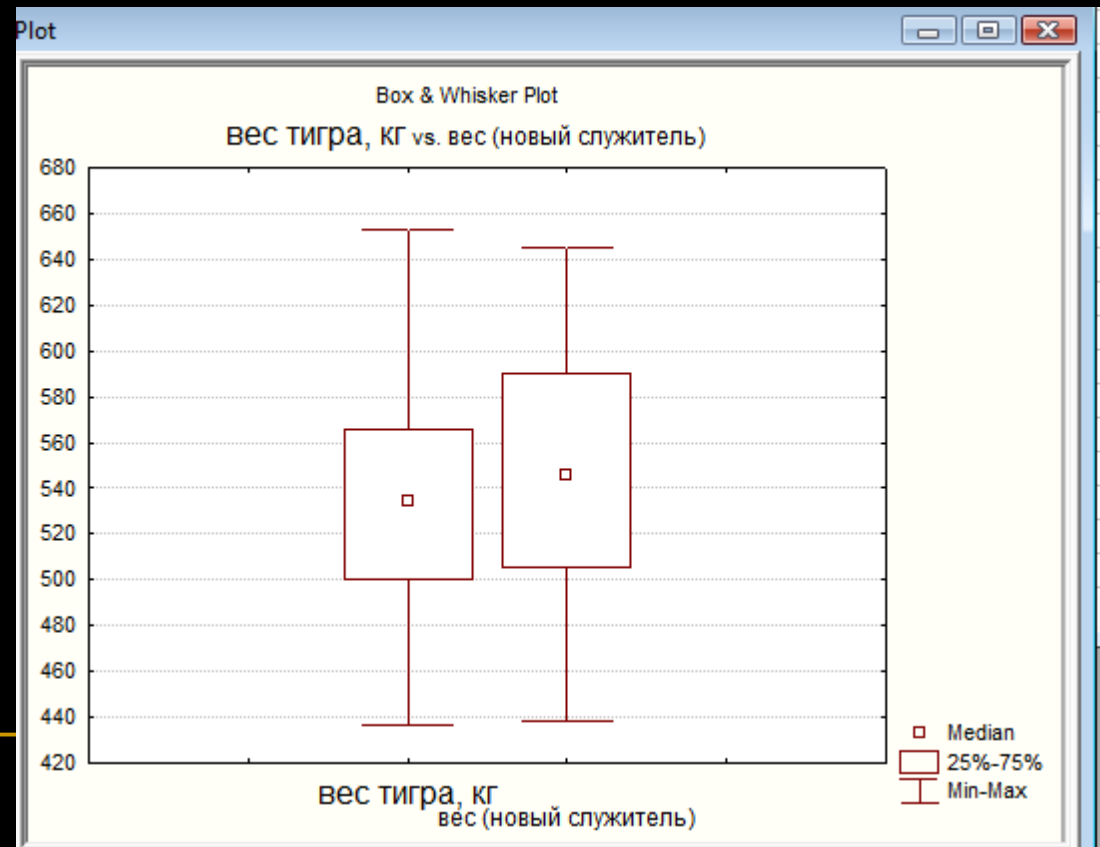


t-tests

endent Samples (тигры)

T-test for Dependent Samples (тигры)								
Marked differences are significant at $p < ,05000$								
Variable	Mean	Std.Dv.	N	Diff.	Std.Dv. Diff.	t	df	p
ВЕС тигра, кг	532,9375	53,71216						
ВЕС (новый сотрудник)	546,0000	54,68089	16	-13,0625	19,25779	-2,71319	15	0,016029

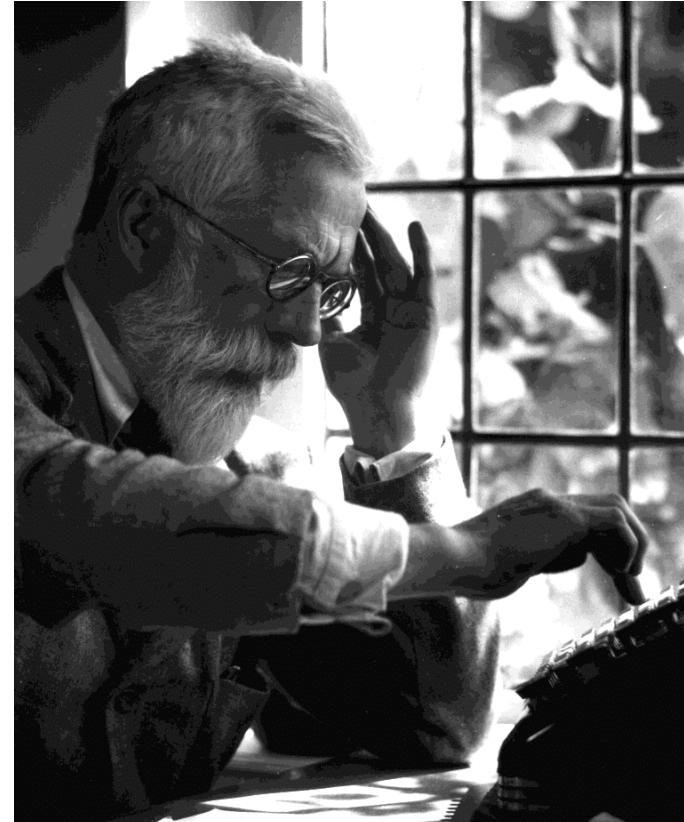
Отвергаем H_0 :
 Масса тигров в среднем
 достоверно увеличилась
 после прихода нового
 сотрудника.



Сравнение **ДВУХ И БОЛЕЕ** групп

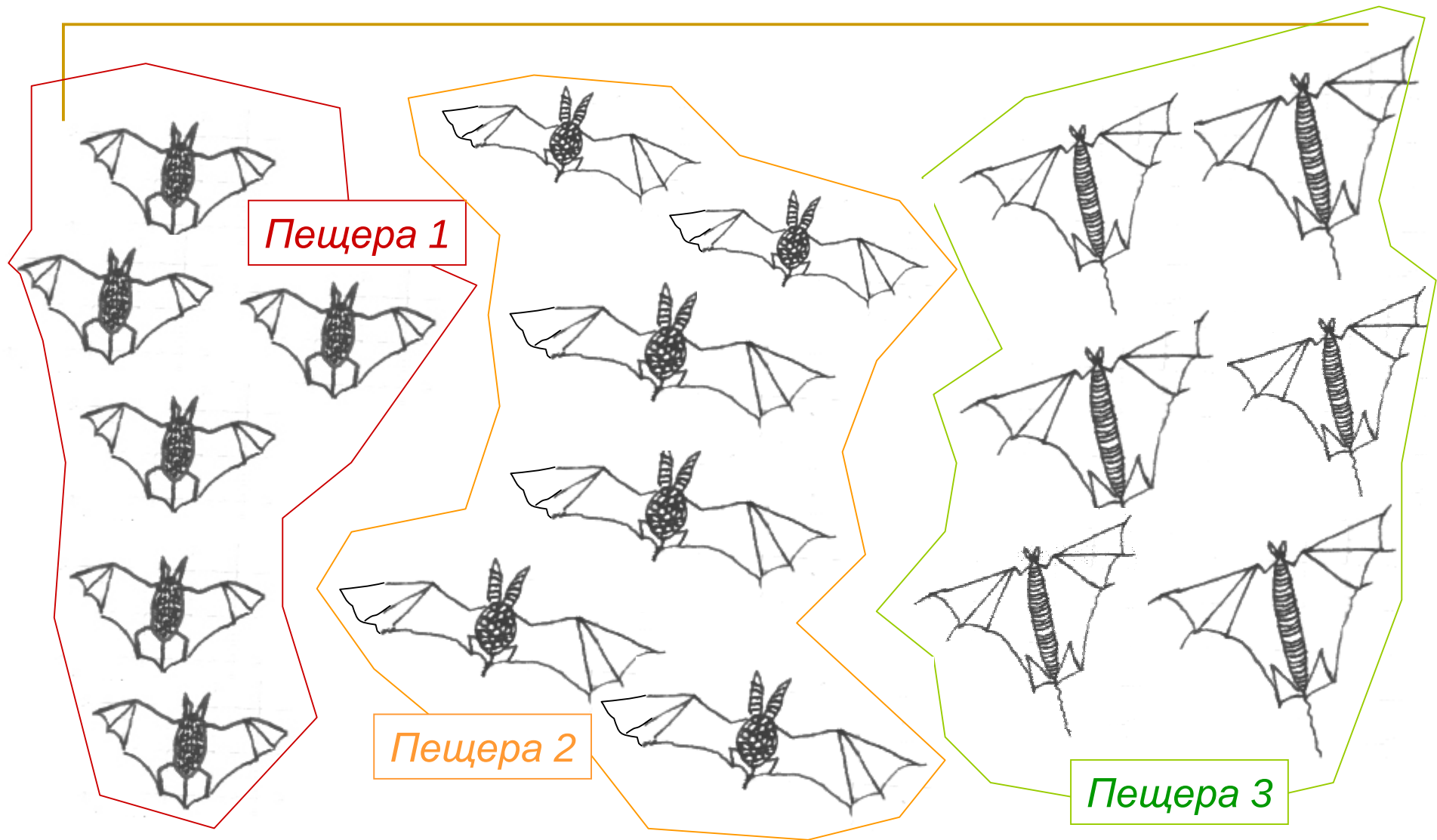
Дисперсионный анализ ANOVA (analysis of variance)

Sir Ronald Aylmer Fisher



$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = \mu_4 = \dots = \mu_k$$

ANOVA



Это летучие мыши из **разных пещер**. Различается ли у них длина **крыла**?

ANOVA

Три группы тигров в зоопарке кормили по-разному:

1. овощами;
2. фруктами;
3. мясом.

Зависимая переменная: масса;

Независимая (группирующая) — тип еды.



ANOVA



У нас есть **3** группы тигров.

Вопрос: это случайные выборки **из одной** популяции или из **разных**?

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$$

Это сложная гипотеза (omnibus hypothesis). Она включает в себя много маленьких гипотез (для 3-х групп – 3, для 4-х – 12 ...):

$$H_{01} : \mu_1 = \mu_2 \quad H_{02} : \mu_2 = \mu_3 \quad H_{03} : \mu_1 = \mu_3$$

Альтернативная гипотеза:

$$H_1 : \mu_1 \neq \mu_2 \neq \mu_3 \text{ НЕВЕРНО!}$$

Мы отвергаем общую H_0 гипотезу если хотя бы одна из маленьких частных гипотез не верна!
Какая именно – ANOVA не говорит.

Почему бы не сравнить попарно группы t -критерием?

Ошибка использования критерия Стьюдента

- во-первых, мы таким образом не все гипотезы проверяем, которые содержатся в сложной гипотезе;
- во-вторых, резко увеличивается вероятность найти различия, где их нет!! -

эффект МНОЖЕСТВЕННЫХ СРАВНЕНИЙ (при попарном сравнении нескольких групп).

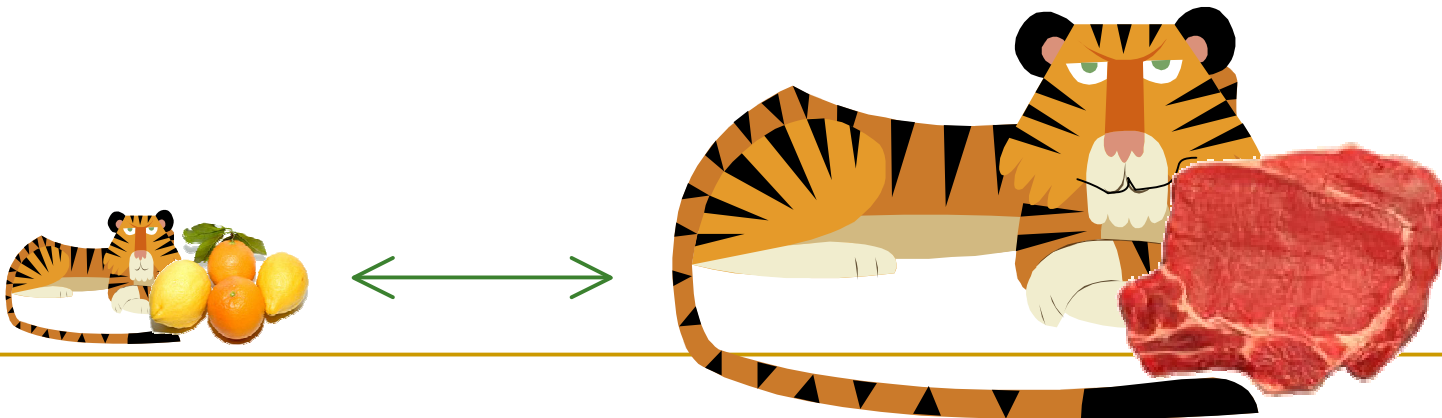
При принятом уровне значимости $\alpha=0,05$ вероятность ошибиться в хотя бы в одном из k сравнений примерно равна: $P_{\text{ошибки}} = 1 - (1 - 0,05)^k$.
 $P_{\text{ошибки}} \sim 0,05k$.

Пусть все группы у нас одинакового размера (для простоты объяснения).

Если H_0 верна, то наших выборок равны не только популяционные средние, но и **дисперсии** – так как они получены из ОДНОЙ популяции с конкретными средним и дисперсией.

На этой идее основана АНОВА.

Чем дальше друг от друга отстоят средние значения в группах, тем меньше вероятность, что верна H_0



овощи	фрукты	мясо
151	108	147
135	94	138
137	84	143
118	87	135
132	82	153
135	79	137
131	74	148
137	73	140
121	67	144
140	78	146
152	63	151
133	90	145
151	81	146
132	96	147
139	83	150
96	89	144
133,7	83	144,6

1. Оценка общей дисперсии по разбросу МЕЖДУ группами

средние в каждой группе

общее среднее

$$MS_B = s_{\bar{X}}^2 n = \frac{\sum (\bar{X}_j - \bar{X}_G)^2}{k-1} n$$

число групп -1 (3 - 1 = 2)

размер группы

$$df = k-1$$

различия большие - H_0 не верна

овощи	фрукты	мясо
151	108	147
135	94	138
137	84	143
118	87	135
132	82	153
135	79	137
131	74	148
137	73	140
121	67	144
140	78	146
152	63	151
133	90	145
151	81	146
132	96	147
139	83	150
96	89	144
133,7	83	144,6

2. Оценка общей дисперсии по разбросу **ВНУТРИ** групп

сумма квадратов стандартных отклонений внутри групп

$$MS_W = \frac{s_1^2 + s_2^2 + s_3^2 + \dots + s_k^2}{k}$$

число групп

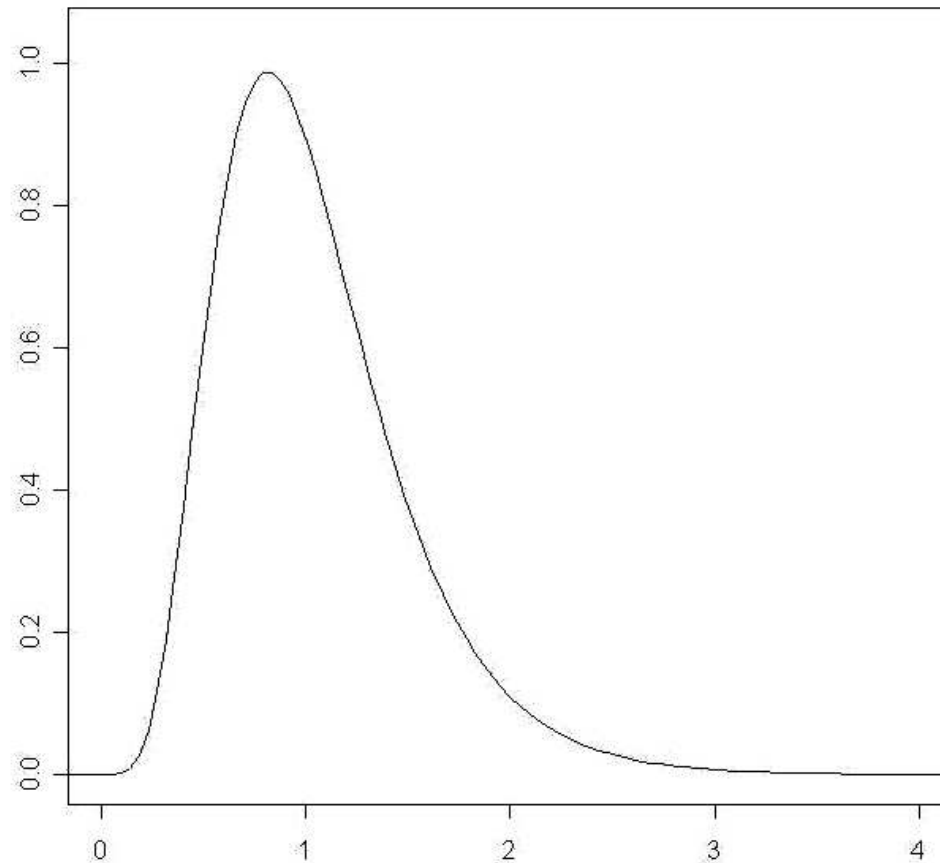
$$df = n_G - k$$

$$F = \frac{\text{оценка дисперсии **между** группами}}{\text{оценка дисперсии **внутри** групп}}$$

статистика:

$$F = \frac{MS_B}{MS_W}$$

Ф-распределение не симметрично –
АНОВА не может быть односторонней, **только**
двусторонний тест!



ANOVA table

<i>источник изменчивости</i>	<i>SS</i>	<i>df</i>	<i>MS</i>	<i>F</i>
между	SS_B	df_B	MS_B	F
внутри	SS_W	df_W	MS_W	
общее	SS_T	df_T		

SS это суммы квадратов отклонений:

SS_B - средних в группах от общего среднего;

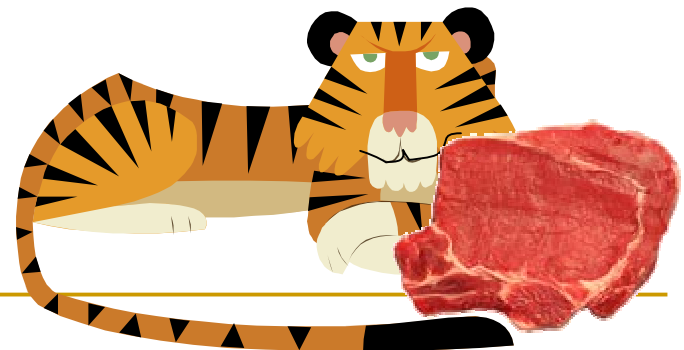
SS_W – измерений от средних в группах.

У нас *только одна независимая (группирующая) переменная.*

Такой анализ называется

one-way ANOVA

требования и ограничения – как в критерии Стьюдента



One-way ANOVA

Data: тигры и еда.sta (10v by 48c)

	1 масса тела	2 тип еды	3 пол
1	151	овощи	самец
2	135	овощи	самец
3	137	овощи	самец
4	118	овощи	самец
5	132	овощи	самец
6	135	овощи	самец
7	131	овощи	самец
8	137	овощи	самец
9	121	овощи	самка
	140	овощи	самка
	152	овощи	самка
	133	овощи	самка
	151	овощи	самка
	132	овощи	самка
	139	овощи	самка
	96	овощи	самка
	108	фрукты	самец
	94	фрукты	самец

General ANOVA/MANOVA: тигры и еда

Quick

Type of analysis:

- One-way ANOVA
- Main effects ANOVA
- Factorial ANOVA
- Repeated measures ANOVA

Specification method:

- Quick specs dialog
- Analysis Wizard
- Analysis syntax editor

Use One-way ANOVA to analyze designs with a single categorical independent variable (factor).

Multiple dependent variables can be specified for any type of analysis.

OK

Cancel

Options

Open Data

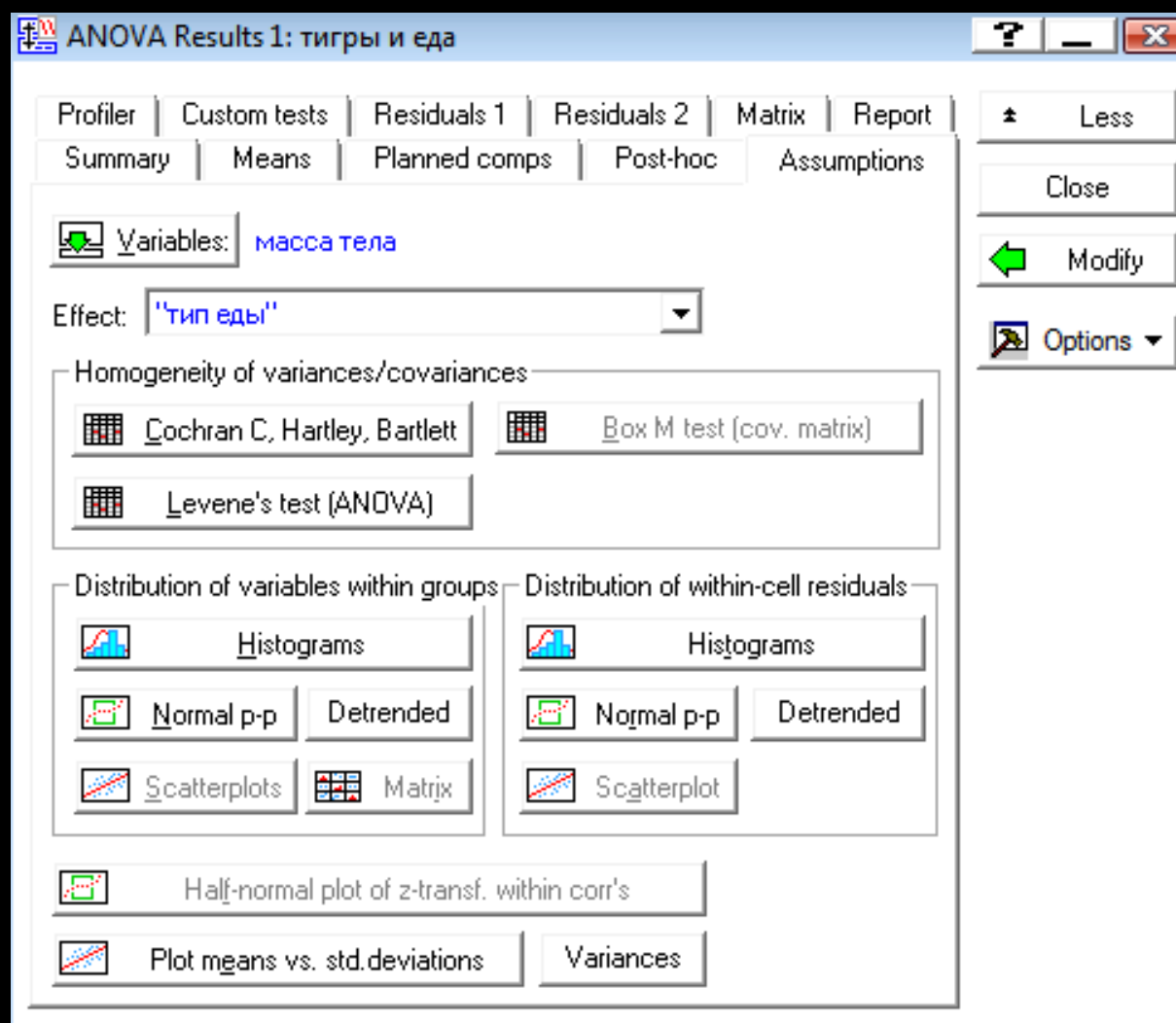
SELECT CASES

☐ Weighted moments

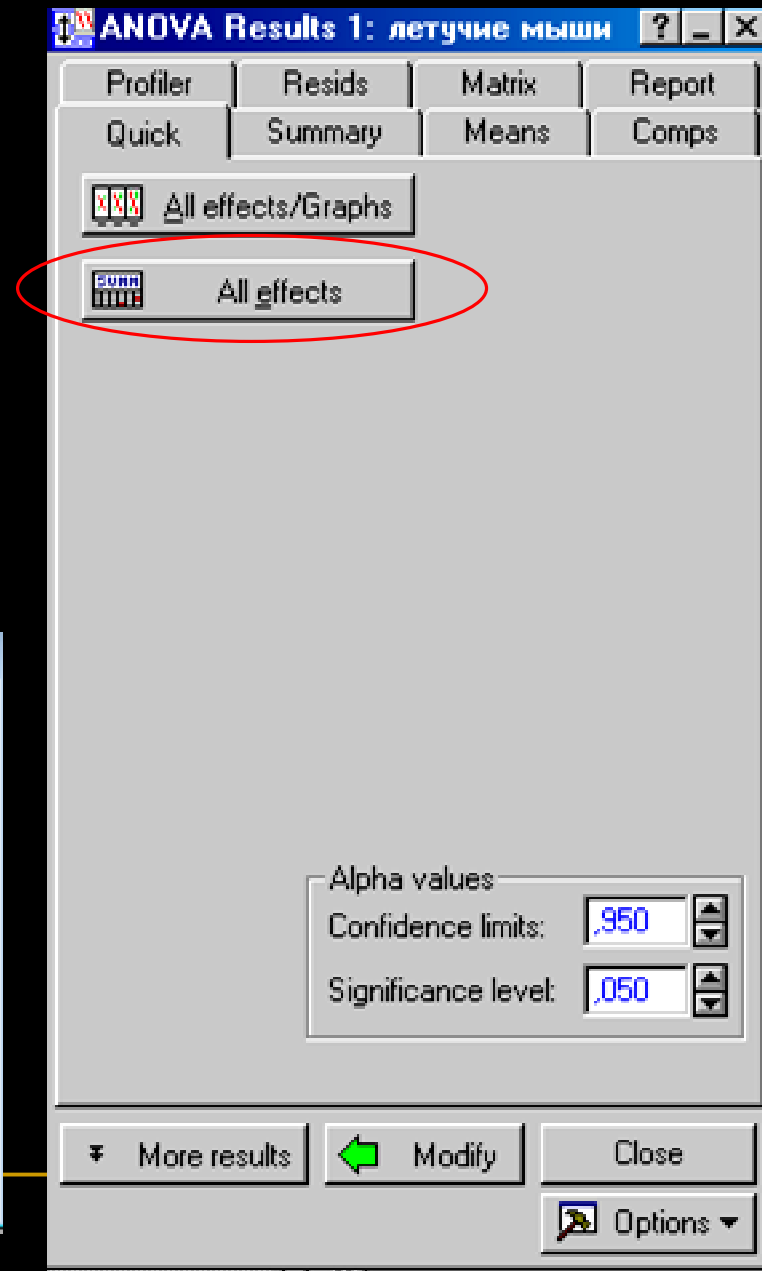
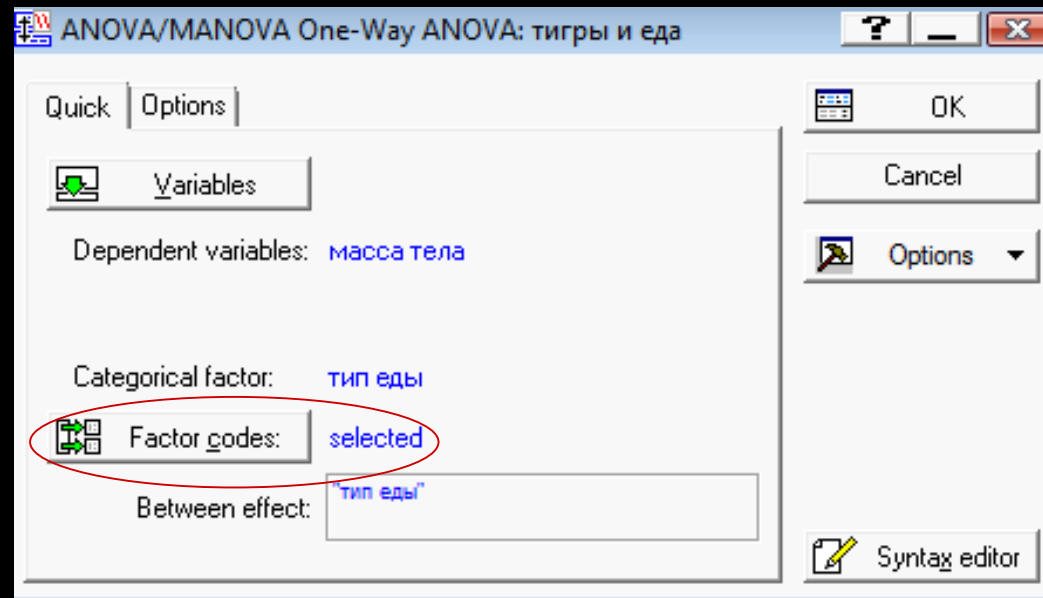
DF = ☒ W-1 ☐ N-1

ANOVA

assumptions: нормальность, гомогенность



One-way ANOVA

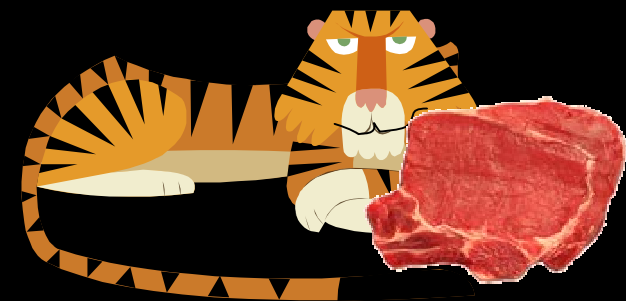
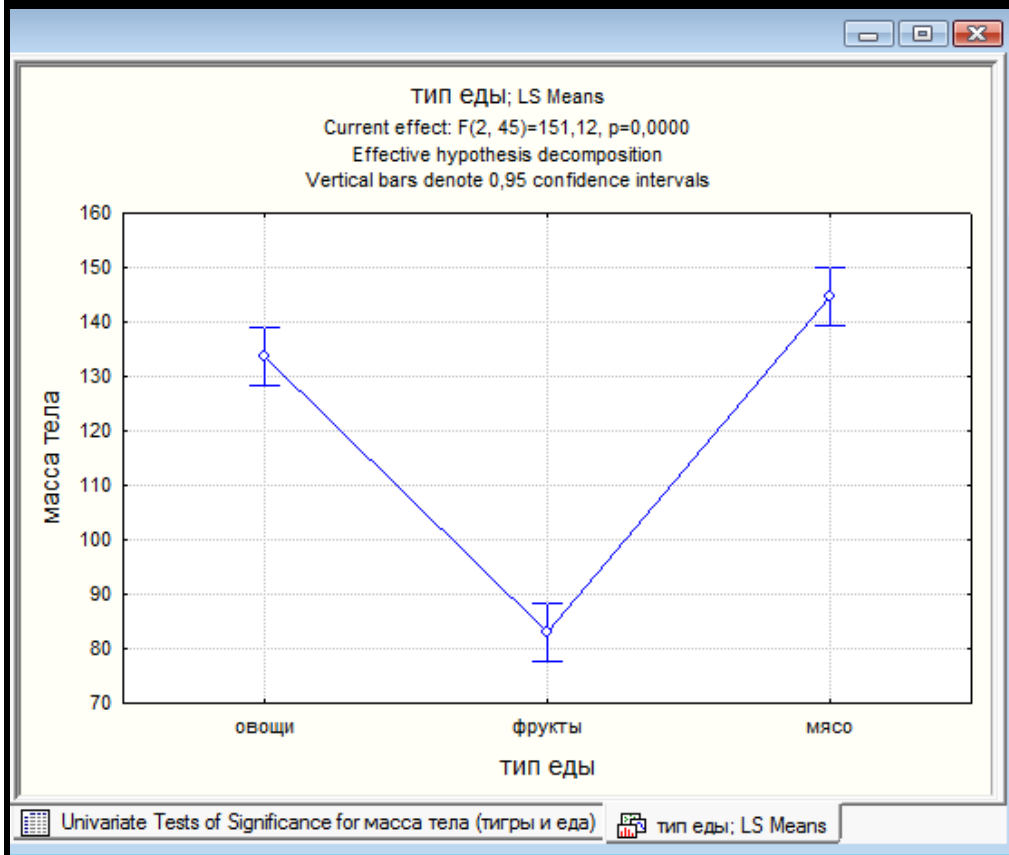


между
группами
внутри групп

Univariate Tests of Significance for масса тела (тигры и еда)

Sigma-restricted parameterization
Effective hypothesis decomposition

Effect	SS	Degr. of Freedom	MS	F	p
Intercept	696490,1	1	696490,1	6080,228	0,00
тип еды	34621,2	2	17310,6	151,118	0,00
Error	5154,8	45	114,6		



мы отвергаем H_0 .
тип еды влиял на
массу тигров

ANOVA

борьба с эффектом множественных сравнений

Если у нас много групп:

1. Сначала сравнить все группы с помощью ANOVA
2. Если различия есть, использовать методы множественного сравнения (группы сравнивают попарно, но вводят поправки)

Поправка Бонферрони (*Bonferroni correction* для небольших k)

если мы хотим обеспечить уровень значимости α , то в каждом из k сравнений нужно принять уровень значимости α/k

Для больших k :

1. Критерий **Ньюмена-Кейлса** (*Newman-Keuls test*) - наименее строгий. Все средние упорядочивают по возрастанию и вычисляют критерий; начинают от сравнения наибольшего с наименьшим.
2. Критерий **Тьюки** (*Tukey*)

Сравнение с контрольной группой – критерий Даннетта (*Dunnett test*)

Поправки для
множественных
сравнений и
сравнений с
контрольной
группой

Profiler | Custom tests | Residuals 1 | Residuals 2 | Matrix | Report
Summary | Means | Planned comps | Post-hoc | Assumptions

Effect: "пещера"

Dependent variables: длина крыла

Display:
☒ Significant differences
☐ Homogeneous groups: .05
☐ Confidence intervals
☐ Critical ranges: .05

Error term:
☒ Between error
☐ Within error
☐ Between; within; pooled
☐ MS: 0.00 df: 0.

Fisher LSD | **Bonferroni** | Scheffe
Tukey HSD | Unequal N HSD

Range tests (multi-stage tests)
Newman-Keuls | Crit. ranges | Duncan's | Crit. ranges

Comparisons with a Control Group (CG)
Dunnett | ☐ < CG ☐ > CG ☒ <> CG CG cell #: 1

Less
Close
Modify
Options

Tukey HSD test; variable масса тела (тигры и еда)

Tukey HSD test; variable масса тела (тигры и еда)
Probabilities for Post Hoc Tests
Error: Between MS = 114.55, df = 45.000

Cell No.	тип еды	{1}	{2}	{3}
		133.75	83.000	144.63
1	овощи		0.000129	0.016765
2	фрукты	0.000129		0.000129
3	мясо	0.016765	0.000129	

Two-way ANOVA Multiway ANOVA

main effect ANOVA

Исследование одновременного влияния **НЕСКОЛЬКИХ НЕЗАВИСИМЫХ** факторов

Например, влияния пола и типа питания на **вес** зверьков:

Зависимая переменная – вес.

Фактор 1 (независимая переменная) – пол (1. самки; 2. самцы)

Фактор 2 – тип еды (1. овощи; 2. фрукты; 3. мясо)



Data: тигры и еда (10v by 48c)

	1	2	3
	масса тела	тип еды	пол
2	135	овощи	самец
3	137	овощи	самец
4	118	овощи	самец
5	132	овощи	самец
6	135	овощи	самец
7	131	овощи	самец
8	137	овощи	самец
9	121	овощи	самка
10	140	овощи	самка
11	152	овощи	самка
12	133	овощи	самка
13	151	овощи	самка
14	132	овощи	самка
15	139	овощи	самка
16	96	овощи	самка
17	108	фрукты	самец
18	94	фрукты	самец
19	84	фрукты	самец
20	87	фрукты	самец
21	82	фрукты	самец
22	79	фрукты	самец
23	74	фрукты	самец
24	73	фрукты	самец
25	67	фрукты	самка
26	78	фрукты	самка
27	63	фрукты	самка
28	90	фрукты	самка
29	81	фрукты	самка

General ANOVA/MANOVA: тигры и еда

Quick

Type of analysis:

- One-way ANOVA
- Main effects ANOVA**
- Factorial ANOVA
- Repeated measures ANOVA

Use Main effects ANOVA to analyze the first-order (non-interactive) effects of multiple categorical independent variables (factors).

Specification method:

- Quick specs dialog**
- Analysis Wizard
- Analysis syntax editor

Multiple dependent variables can be specified for any type of analysis.

OK

Cancel

Options

Open Data

SELECT CASES

Weighted moments

DF =

W-1 N-1

ANOVA/MANOVA Main Effects ANOVA: тигры и еда

Quick Options

Variables

Dependent variables: **масса тела**

Categorical factors: **тип еды-пол**

Factor codes: **selected**

Between effects: "тип еды" + "пол"

OK

Cancel

Options

Syntax editor

Univariate Tests of Significance for масса тела (тигры и еда)

Sigma-restricted parameterization
Effective hypothesis decomposition

Effect	SS	Degr. of Freedom	MS	F	p
Intercept	696490,1	1	696490,1	5949,825	0,000000
тип еды	34621,2	2	17310,6	147,877	0,000000
пол	4,1	1	4,1	0,035	0,852701
Error	5150,7	44	117,1		

Tukey HSD test; variable масса тела (тигры и еда)

Probabilities for Post Hoc Tests
Error: Between MS = 117,06, df = 44,000

Cell No.	тип еды	{1}	{2}	{3}
1	овощи		0,000130	0,018280
2	фрукты	0,000130		0,000130
3	мясо	0,018280	0,000130	

Tukey HSD test; variable масса тела (тигры и еда)

Probabilities for Post Hoc Tests
Error: Between MS = 117,06, df = 44,000

Cell No.	пол	{1}	{2}
1	самец		0,852808
2	самка	0,852808	

Тип еды оказывал достоверное влияние на массу тигров;
пол – не оказывал достоверного влияния на массу.