

УДК 630*2:311

СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ НЕОДНОРОДНОСТИ ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ ДРЕВОСТОЕВ

Д. Е. Кислов, А. Н. Прилуцкий, А. А. Брижатая

*Ботанический сад-институт ДВО РАН
Россия, 690024, Владивосток, Маковского, 124
E-mail: kislov@easydan.com*

Поступила в редакцию 01.11.13 г.

Статистический анализ неоднородности горизонтальной структуры древостоев. – Кислов Д. Е., Прилуцкий А. Н., Брижатая А. А. – Предложен метод локального выделения тенденций пространственного развития древесных ценопопуляций, на основе которого разработан статистический критерий для проверки гипотез о характере пространственного распределения составляющих их объектов. Установлен эффективный метод вычисления статистики критерия и дана ее физическая интерпретация, открывающая возможности использования подхода для построения моделей и эвристических прогнозов развития растительного покрова.

Ключевые слова: динамика растительного покрова, критерии случайности, пространственные распределения.

Statistical analysis of the inhomogeneity of the spatial distribution of trees. – Kislov D. E., Prilutsky A. N., and Brizhataya A. A. – A new method for local highlighting of trends of the spatial development of forest cenopopulations is proposed. On its basis, a statistical criterion to verify hypotheses of the character of spatial distribution of the constituent objects has been developed. An effective algorithm for computing the statistics of this criterion has been designed, and a physical interpretation of this statistics is given, opening opportunities of the use of our approach to build models and heuristic forecasts of the vegetation cover development.

Key words: vegetation cover dynamics, randomness criteria, spatial distribution.

ВВЕДЕНИЕ

Структура древостоя определяет условия произрастания и непосредственно влияет на разнообразие биологических объектов лесного сообщества (Василевич, 1989; Fries et al., 1997; Angelstam, 1998). Поэтому построение моделей его развития требует описания особенностей пространственного размещения деревьев в исследуемой экосистеме.

Ретроспективный анализ используемых в этих целях подходов позволяет выделить два этапа в их формировании. Первый – характеризовался развитием методов, основанных на традиционных представлениях теории вероятностей и математической статистики. К ним, в частности, относится подход, апеллирующий к критерию χ^2 (Василевич, 1989), а также статистические оценки особенностей пространственного размещения объектов, используемые в работах (Svedberg, 1922; Ashby, Stevens, 1935; David, Moore, 1954; Bray, 1962).

Следующий этап определял развитие подходов, ориентированных на выяснение причин реализации конкретных размещений объектов. Разработанные методы основывались на учете взаимных расстояний между ними. Это обстоятельство, на-

ряду с ростом вычислительных возможностей, создало благоприятные предпосылки для формирования новых статистических подходов (далее, говоря о статистических методах, будем иметь в виду только методы анализа пространственно-распределенных данных).

Первые шаги в этом направлении предприняты в работах (Clark, Evance, 1954; Hopkins, 1954; Pielou, 1959; Ripley, 1979), в которых предложены подходы, допускающие интерпретации в свете представлений теории случайных процессов. Наличие тесных взаимосвязей методического аппарата с теорией случайных процессов, в сущности, и определяет текущий этап развития статистических подходов (Ripley, 1979).

На сегодняшний день эти методы активно используются при решении разнообразных научных и практических задач, связанных с анализом особенностей пространственного размещения объектов (Ripley, 2004) и хорошо представлены в тематическом программном обеспечении (R, S-PLUS и др.).

Если первоначально предложенные методы были ориентированы на работу с однородными объектами, то современные их обобщения позволяют выполнять обработку объектов, принадлежащих разным группам, и таким образом способны, в частности, учитывать возрастную структуру в сложении древостоя или особенности образования видовых коалиций в лесном сообществе. Основные вопросы, на которые дают ответы эти статистические подходы, – характеристика соответствия наблюдаемого пространственного распределения объектов некоторому гипотетическому (в частности, проверка гипотезы о случайности пространственных размещений объектов), либо установление факта наличия/отсутствия пространственных отношений в неоднородных совокупностях объектов.

Отличительной особенностью предлагаемого в настоящей работе подхода является наличие у него вполне определенной физической интерпретации, позволяющей локально оценить наиболее вероятные направления развития древесного сообщества в рамках представлений об автоволновой динамике популяций. Статистический критерий для проверки гипотез о специфическом характере распределения объектов строится на основе показателей, характеризующих выраженность волнового характера динамических явлений.

МАТЕРИАЛ И МЕТОДЫ

Пусть $W(y)$ – круговое окно радиуса R с координатами центра y . Рассматривая только объекты, которые находятся внутри окна $W(y)$, поставим вопрос об отыскании направления n , доставляющего экстремальные значения выборочному коэффициенту корреляции (ρ), вычисленному между набором локальных координат (координата объекта – скаляр) проекций центров объектов на направление n и набором их возрастов. Смысл выбора направления n очевиден: возраст дерева минимально (или максимально, с положительным значением ρ) коррелирует с координатой проекции центра дерева на это направление, т.е. возрастание проекции координаты центра дерева сопровождается убыванием возраста.

Из постановки оптимизационной задачи и смысла коэффициента корреляции следует, что выбор n по крайней мере двузначен: если n доставляет экстремальное

(например, максимальное) значение ρ , то и $-n$ также будет доставлять этой величине экстремальное (но уже минимальное) значение. Разрешение этой неоднозначности обеспечивается выбором такого направления, которое допускает более ценную интерпретацию.

В качестве идейной основы для построения интерпретаций в данной работе приняты явления распространения волн плотности ценопопуляции (Васильев, 1987; Свирижев, 1987).

Если направление n выбрано так, что оно указывает на скопление деревьев с малым возрастом, то оказывается возможным локально отождествить n с фронтом распространения волны.

Проведем рассуждения, рассматривая для определенности три возрастных группы растительности, условно: младшую, среднюю и старшую. Ограничиваясь только самой старшей возрастной группой и экстраполируя процесс дальнейшего развития сообщества, можно представить вероятную (локальную) тенденцию пространственного изменения плотности распределения деревьев этой возрастной группы: те экземпляры, которые в настоящий момент являются наиболее старшими, через некоторое время выпадут и в эту (старшую) возрастную группу попадут деревья, которые в настоящий момент относятся к средней возрастной группе; таким образом, плотность распределения деревьев старшей возрастной группы имеет тенденцию смещаться в направлении, задаваемом n .

Волновая интерпретация сохраняется и в несколько ином виде, без требования «выпадения» представителей старшей возрастной группы. В этом случае волновой процесс имеет место для ценопопуляции видов, имеющих возраст, например, больший, чем возраст представителей средней возрастной группы.

Таким образом, для каждого локального окна $W(y)$ могут быть получены: 1) направление, характеризующее наибольшую выраженность волного процесса развития сообщества, 2) коэффициент корреляции, характеризующий степень этой выраженности. Многообразие статистик, которые могут быть использованы для практического анализа, определяется спецификой меры корреляции (в данной работе в качестве такой меры рассматривается исключительно коэффициент корреляции Пирсона); планом, по которому осуществляется набор зондирующих окон, покрывающих исследуемую территорию; функцией, объединяющей все статистические характеристики, вычисленные для каждого зондирующего окна (в случае применения K -функций Рипли (Ripley, 1979) в качестве такой функции выступает операция осреднения).

Рассмотрим теоретические вопросы реализации предложенного подхода при условии, что в качестве ρ используется коэффициент корреляции Пирсона. Обозначив $\hat{X}$ – набор выборочных векторов, характеризующих положения объектов, и $\hat{A}$ – набор соответствующих оценок их возрастов, рассмотрим подлежащую оптимизации выборочную оценку коэффициента корреляции:

$$\rho(n) = \frac{E[(n^T \hat{X} - En^T \hat{X})(\hat{A} - E\hat{A})]}{\sqrt{D(n^T \hat{X})} \sqrt{D\hat{A}}}, \quad (1)$$

где E , D – операторы взятия выборочных математического ожидания и дисперсии соответственно, n – единичный вектор, начало которого закреплено в текущем

зондирующем окне W , верхний символ T – операция транспонирования, $n^T \hat{X}$ – набор проекций центров объектов на направление n . Важно отметить, что выражением (1) вводится очевидная из контекста операция поэлементного умножения выборочных наборов, результатом которой является новый выборочный набор.

Полагая, что в качестве выборочных оценок математического ожидания и дисперсии выбраны традиционные (Крамер, 1975), перепишем выражение (1) следующим образом:

$$\rho(n) = \frac{n^T P}{\sqrt{n^T Q n}}, \quad (2)$$

где $P = E[(\hat{X} - E\hat{X})(\hat{A} - E\hat{A})]/\sqrt{D\hat{A}}$, $Q = E[(\hat{X} - E\hat{X})(\hat{X} - E\hat{X})^T]$, при этом $(\hat{X} - E\hat{X})(\hat{X} - E\hat{X})^T$ – набор ковариационных матриц пространственных координат объектов, попавших в зондирующее окно.

Выясним условия существования направления, доставляющего экстремальное значение выражению $\rho(n)$ из формулы (2).

Конечность величины $\rho(n)$ обеспечивается требованием $D\hat{A} > 0$, означающим, что в текущем зондирующем окне W находятся по крайней мере два объекта различного возраста. Это нисколько не обременительное требование, очевидно, будет практически всегда выполняться на реальных данных. Ограниченность квадратичной формы $n^T Q n$ следует из неотрицательной определенности оператора автокорреляции Q . Заметим, что случай вырожденности Q не является поводом отказа от метода и свидетельствует о расположении всех попавших в окно W объектов вдоль некоторой прямой. Таким образом, если матрица Q вырождена (нулевой матрица Q быть не может в силу условия $D\hat{A} > 0$), имеется лишь одно направление, которое и является оптимальным. Такая ситуация, однако, также маловероятна на практике и легко может быть отслежена; следовательно, без потери общности можно считать матрицу Q положительно определенной.

Определим экстремальные направления для $\rho(n)$, при условии, что $\|n\| = 1$. Полагая $n = (\cos(\varphi), \sin(\varphi))^T$, выпишем необходимые условия экстремума функции $\rho(n(\varphi))$:

$$\frac{d\rho}{d\varphi} = -\frac{1}{(n^T Q n)^{3/2}} (\sin(\varphi) \cdot (P_1 Q_{22} - P_2 Q_{12}) + \cos(\varphi) \cdot (P_1 Q_{12} - P_2 Q_{11})) = 0,$$

где Q_{ij} и P_i – элементы матриц, определенных в уравнении (2).

Поскольку знаменатель в уравнении (2) в силу положительной определенности матрицы K положителен, нетрудно выписать решения этого уравнения в явном виде:

$$\varphi_k^0 = \arctan\left(\frac{P_2 P_{11} - P_1 Q_{12}}{P_1 K_{22} - P_2 Q_{12}}\right) + \pi k, \quad k = 1, 2, \dots$$

Учитывая 2π – периодичность функции $\rho(\varphi)$, для определения n достаточно ограничиться одним значением φ_0^0 . Кроме того, следует отметить, что случай $P_1 K_{22} - P_2 Q_{12} = 0$.

Проделав дополнительные вычисления, можно показать, что $\frac{d^2\rho}{d\varphi^2} \neq 0$ при $\varphi = \varphi_0^0$, что, в свою очередь, позволяет определенно судить о типе экстремума для текущего направления.

Узнать, является ли найденное экстремальное положение точкой максимума или минимума $p(\varphi)$, можно, исходя из выражения (1). При $n^T > 0$ направление $n(\varphi_0^0)$ доставляет максимум $p(\varphi)$, при $n^T P < 0$ – минимум, при $n^T P = 0$ – имеет место случай полной некоррелированности возраста и координат положения объектов внутри зондирующего окна. Последняя ситуация, учитывая, что $n(\varphi_0^0)$ – экстремальное направление для $p(\varphi)$, возможна только при $P = 0$, и не является поводом для отказа от метода. В этом случае естественно положить $n = 0$ и $p(n) = 0$.

При обработке реальных данных возможны ситуации, когда $p(n)$ мало. В этом случае целесообразно задаться некоторым пороговым значением ε для $p(n)$: если $|\rho(n)| > \varepsilon$ считать направление $n(\varphi_0^0)$ значимым (для принятия решения о значимости можно воспользоваться каким-либо статистическим критерием (Кобзарь, 2006), учитывая, что $p(n)$ коэффициент корреляции), а при $|\rho(n)| < \varepsilon$ – незначимым, таким образом полагая, что внутри окна пространственно-возрастное распределение объектов не может рассматриваться как направленное распространение волны плотности. Отметим, что при оценке значимости $p(n)$ могут применяться различные варианты процедуры имитации статистического выбора (Эфрон, 1988).

В заключение теоретического изложения рассмотрим вопрос об исследовании случайности горизонтальной структуры древостоев. Современный подход к решению задачи заключается в ее интерпретации в свете аппарата теории случайных процессов (Ripley, 1979, 2004). При этом критерием устанавливается скопление или разреженность размещения объектов в пространстве при определенном масштабе.

Заметим, что на базе предложенных представлений может быть построен статистический критерий случайности пространственного распределения объектов, интерпретация которого существенно отлична от приводимой в упомянутых выше работах. Если в последних суждение о случайности сводится к установлению контактного или разреженного размещения объектов, то ключевым понятием критерия, основанного на экстремальном значении коэффициента корреляции $p(n)$, является пространственно-возрастная упорядоченность объектов, допускающая интерпретацию пространственного развития ценопопуляции как локального волнового процесса. Сформулируем один из возможных вариантов такого статистического критерия.

Пусть M – количество зондирующих окон радиуса r , выбираемых на исследуемой площади в соответствии с определенным планом. План отбора зондирующих окон – важный этап в анализе структуры пространственного размещения объектов. В частности, центры зондирующих окон могут являться выборкой из равномерного распределения по площади. В настоящей работе для определенности

используется план (Ripley, 2004), в соответствии с которым центры зондирующих окон выбираются совпадающими с наблюдаемыми данными. Таким образом, число зондирующих окон совпадает с количеством объектов. Следует также отметить, что в этом случае возможны ситуации, когда границы зондирующего окна выходят за границы площади, что неизбежно будет вносить определенные изменения в вычисляемые статистики. Для прямоугольных пробных площадей один из вариантов преодоления такой трудности заключается в проекции размещения объектов на тор (Ripley, 2004). Именно такой подход и используется в настоящей работе.

На основе наблюдений экстремальных значений коэффициента корреляции и направлений n может быть построена статистика $Z^*(M, \rho_i, n_i, r)$, где $i = 1, \dots, M$. Критическая область для принятия решения (как и при использовании метода, основанного на вычислении функции Рипли (Diggle, 1983; Wallenius et al., 2002)) определяется по результатам статистического моделирования (метод Монте – Карло) для каждого значения радиуса r в условиях принятой гипотезы о характере наблюдаемого распределения.

Рассчитав по методу Монте – Карло критическую область – $I(r, \alpha) = [Z_-^*(r, \alpha), Z_+^*(r, \alpha)]$ при некотором уровне значимости α , необходимо проверить принадлежность вычисленного значения статистики найденному интервалу. Гипотеза о случайном характере пространственно-возрастной структуры не отвергается при данном уровне значимости α , если значение статистики оказывается внутри интервала $I(r, \alpha)$, и отвергается в противном случае. На практике представляется более удобным графическое изображение $Z^*(r)$ и соответствующих граничных значений $I(r, \alpha)$ в зависимости от r .

РЕЗУЛЬТАТЫ И ИХ ОБСУЖДЕНИЕ

Для иллюстрации предложенного подхода рассмотрим пример анализа таксационных данных, полученных с пробной площади, заложенной в высокотравном дубняке в лесах Горнотаежной станции Дальневосточного отделения РАН (Приморский край, Уссурийский район). Объектом исследования избрано многовидовое сообщество растений, автохтонно развивающееся на платообразной межгорной седловине после сплошной рубки. Микрорельеф участка пробной площади формируют слабо выраженные беспорядочно расположенные возвышения и понижения, а общий уклон поверхности, ориентированный на северо-запад, не превышает 5° ; размер площади составляет 60×90 м.

Расчеты проводились в вычислительной среде, построенной на базе языка программирования Python (<http://python.org>), с использованием свободно распространяемых библиотек научных вычислений SciPy, NumPy (<http://scipy.org>).

При дальнейшем анализе пространственно-возрастной структуры сообщества будем отождествлять возраст деревьев с их диаметром. Учитывая принципиальный характер работы, такое положение является вполне допустимым.

В качестве нулевой гипотезы примем, что наблюдаемое распределение деревьев каждого вида получено как реализация пространственного пуассоновского процесса с известной плотностью λ . Учитывая принятое соглашение относительно возраста деревьев, осуществляя процесс статистических испытаний по методу

Монте – Карло, можно построить критические области и значения статистик, характеризующих особенности пространственно-возрастного участия видов в сообществе (рис. 1). При построении рис. 1 использована статистика

$$Z^m(M, \rho_i, n_i, r) = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \rho_i \text{ (средняя корреляция).}$$

Анализируя данные, приведённые на рис. 1, можно сделать вывод, что при $r < 10$ м пространственно-возрастная организация дуба монгольского не должна рассматриваться как случайная (выход сплошной линии из области, задаваемой пунк-

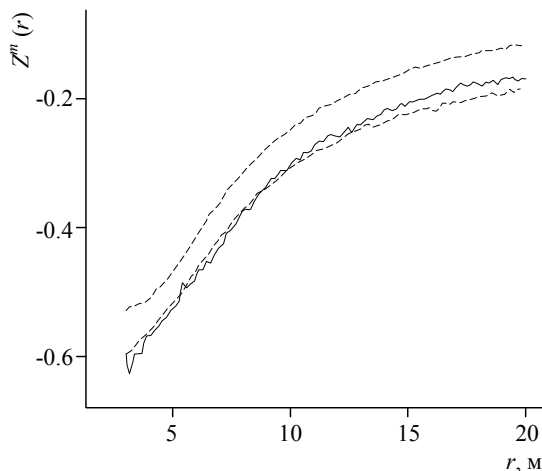


Рис. 1. Статистика Z^m и ее критические области для распределения *Quercus mongolica*

штабах $r > 15$ м обнаруживается определенная пространственно-возрастная упорядоченность. Размещение липы амурской следует считать упорядоченным при малых $r < 5$ м и средних $r \approx 10$ радиусах зондирующих окон.

В дополнение к представленным результатам была рассмотрена возможность использования других статистик, построенных на базе медианы, коэффициентов асимметрии и эксцесса. Данные показатели также характеризуют особенности пространственно-возрастного размещения объектов, однако наиболее чувствительными из них оказались статистики, построенные на базе среднего значения и медианы. Учитывая, что выводы, получаемые на основе этой статистики, практически совпадают с выводами, полученными по результатам анализа рис. 1, при первичном анализе пространственно-возрастной структуры в лесных сообществах достаточно ограничиться построением статистик, основанных на среднем значении.

Одной из отличительных черт предложенного подхода анализа особенностей горизонтальной структуры древостоев от других статистических подходов (Diggle, 1983; Ripley, 2004) является возможность построения карты потенциально возможных тенденций развития ценопопуляции. После того, как факт наличия особенностей пространственно-возрастной структуры ценопопуляции установлен,

тирными линиями (критической области критерия) означает, что на данном масштабе расстояний (r) гипотеза о случайном характере пространственно-возрастной структуры должна быть отвергнута). При этом для участков размером около 10 м на исследуемой площади наблюдается наибольшая упорядоченность ценопопуляции дуба монгольского. При больших радиусах зондирующих окон его наблюдаемое размещение при установленном уровне значимости не отличается от случайного. Качественно иной вывод справедлив в отношении ценопопуляции берёзы даурской, в размещении которой на мас-

может быть построено поле направлений, определяющее тенденции ее динамики на исследуемой территории. Пример такого поля направлений для вида *Q. mongolica* представлен на рис. 2. Каждое направление соответствует зондирующему окну определенного радиуса (в данном эксперименте полагалось $r = 7$ м). Длина векторов пропорциональна соответствующим значениям коэффициентов корреляции. Шаг скольжения зондирующего окна по осям абсцисс и ординат составлял 2 м; при построении рис. 2 вводилось дополнительное условие: если число представителей *Q. mongolica*, оказавшихся в зондирующем окне, меньше 4, то текущая позиция пропускается без вычисления оптимального направления.

Исследование поля направлений позволяет составить представление о пространственной динамике вида в лесном сообществе. В частности, открывается возможность объективного описания тенденций совместного произрастания видов на основе сравнительного анализа полей направлений их ценопопуляций.

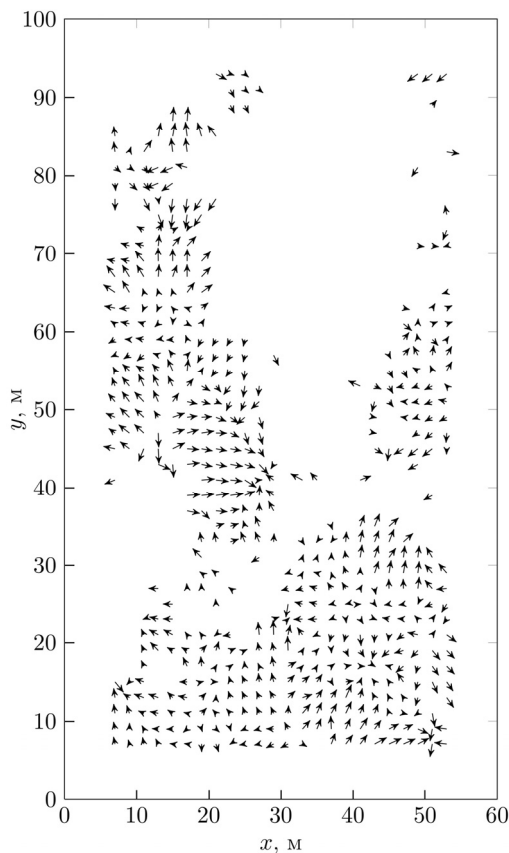


Рис. 2. Поле направлений вероятной пространственной динамики *Quercus mongolica*

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Подведем итоги выполненной работы и обозначим перспективы ее дальнейшего развития. Предложенный подход может рассматриваться как средство изучения пространственных структур при условии неоднородности составляющих их объектов. Отличительной особенностью от уже имеющихся методов статистического анализа является его физическая интерпретация, позволяющая представить развитие сообщества в пространстве как распространение волн плотности. Важно отметить, что при этом остается легко реализуемой формулировка статистических критериев, ориентированных на проверку соответствия наблюдаемых данных гипотетическим законам их распределения. Определенно прослеживается значимость «динамической» интерпретации вычисляемых в ходе использования подхода оптимальных направлений. Последние могут рассматриваться как основа для построения эвристических прогнозов динамики лесных экосистем, изучения их

принципов организации, а также влияния на их структуру биотических и абиотических факторов.

Работа выполнена при финансовой поддержке Дальневосточного отделения РАН (проект № КПФИ 12-06-004).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Василевич В. И.* Статистические методы в геоботанике Л. : Наука. Ленингр. отд-ние, 1969. 232 с.
- Васильев В. А., Романовский Ю. М., Яхно В. Г.* Автоволновые процессы / под ред. Д. С. Чернавского. М. : Наука, 1987. 240 с.
- Кобзарь А. И.* Прикладная математическая статистика для инженеров и научных работников. М. : Физматлит, 2006. 816 с.
- Крамер Г.* Математические методы статистики. М. : Мир, 1975. 648 с.
- Свирижев Ю. М.* Нелинейные волны, диссипативные структуры и катастрофы в экологии. М. : Наука, 1987. 368 с.
- Эфрон Б.* Нетрадиционные методы математической статистики. М. : Финансы и статистика, 1988. 263 с.
- Angelstam P.* Maintaining and restoring biodiversity in European boreal forests by developing natural disturbance regimes // *J. of Vegetation Science*. 1998. Vol. 9. P. 593 – 602.
- Ashby E., Stevens W. L.* Quantitative analysis of vegetation // *Annals Botany*. 1935. Vol. 49, iss. 4. P. 779 – 802.
- Bray J. R.* Use of non-area analytic data to determine species dispersions // *Ecology*. 1962. Vol. 43, № 2. P. 328 – 333.
- Clark P. J., Evans F. C.* Distance to nearest neighbor as a measure of spatial relationships in populations // *Ecology*. 1954. Vol. 35. P. 445 – 453.
- David F. N., Moore P. G.* Notes on contagious distributions in plant populations // *Annals Botany*. 1954. Vol. 18, iss. 1. P. 47 – 53.
- Diggle P. J.* Statistical analysis of spatial point patterns. London : Academic Press, 1983. 148 p.
- Fries C., Johansson O., Petterson B., Simonsson P.* Silvicultural models to maintain and restore natural stand structures in Swedish boreal forests // *Forest Ecology and Management*. 1997. Vol. 94. P. 89 – 103.
- Hopkins B.* A new method for determining the type distribution of plant individuals // *Annals Botany*. 1954. Vol. 18, iss. 2. P. 213 – 227.
- Pielou E. C.* The use of point-to-plant distances in the study of the pattern of plant populations // *J. Ecology*. 1959. Vol. 47, № 3. P. 607 – 613.
- Ripley B. D.* Spatial statistics. New York : John Willey and Sons, 2004. 252 p.
- Ripley B. D.* Tests of «randomness» for spatial point patterns // *J. of the Royal Statistical Society*. 1979. Vol. 41. P. 368 – 374.
- Svedberg T.* Ett Bidrag till de statistiska metodernas användning inom växtbiologien // *Svensk Botanisk Tidskrift*. 1922. Vol. 16. P. 1 – 8.
- Wallenius T., Kuuluvainen T., Heikkilä R., Lindholm T.* Spatial tree age structure and fire history in two old-growth forests in eastern Fennoscandia // *Silva Fennica*. 2002. Vol. 36, № 1. P. 185 – 199.